

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

AFFECTATION DE LOCOMOTIVES AUX TRAINS AVEC CONTRAINTES  
D'ENTRETIEN ET DE CARBURANT

MBAYE DIOP

DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES ET DE GÉNIE INDUSTRIEL  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE PHILOSOPHIÆ DOCTOR (Ph.D.)  
(MATHÉMATIQUES DE L'INGÉNIEUR)  
AOÛT 2006



Library and  
Archives Canada

Bibliothèque et  
Archives Canada

Published Heritage  
Branch

Direction du  
Patrimoine de l'édition

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file    Votre référence*

*ISBN: 978-0-494-20823-6*

*Our file    Notre référence*

*ISBN: 978-0-494-20823-6*

#### NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

#### AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

---

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

  
**Canada**

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée :

AFFECTATION DE LOCOMOTIVES AUX TRAINS AVEC CONTRAINTES  
D'ENTRETIEN ET DE CARBURANT

présentée par : DIOP Mbaye

en vue de l'obtention du diplôme de : Philosophiæ Doctor

a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de :

M. SOUMIS François, Ph.D., président

M. DESAULNIERS Guy, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. DESROSIERS Jacques, Ph.D., membre

M. RENAUD Jacques, Ph.D., membre externe

*À mon épouse et ma fille Mbayang...*

## REMERCIEMENTS

Cette thèse est l'aboutissement d'une aventure personnelle, mais je dois dire que j'ai eu la chance de cheminer tout le long, et ce depuis le début, avec des personnes merveilleuses. Elles sont nombreuses ces personnes qui, de près ou de loin et de toutes les manières constructives imaginables, m'ont motivé, aidé et conseillé. Tout cela avec une grande générosité de coeur et d'esprit, mais surtout, ce qui est le plus émouvant pour moi, en m'exprimant leur confiance en la réussite de ma thèse de doctorat que je présente dans ce qui suit. Je voudrais donc leur témoigner ma profonde reconnaissance.

Je remercie particulièrement :

- mon directeur de recherche, le professeur Guy Desaulniers, pour son encadrement, ses bonnes idées, sa confiance, sa compréhension, sa disponibilité ainsi que toute l'aide morale et matérielle qu'il m'a accordée tout le long de cette thèse de doctorat ;
- le professeur François Soumis pour ses idées originales, pour avoir accepté de présider le jury et grâce à qui je suis arrivé au Canada pour y poursuivre mes études, M. Soumis, tous mes parents vous remercient ;
- les professeurs Jacques Desrosiers et Jacques Renaud, membre externe, pour avoir tous deux accepté de faire partie du jury ;
- monsieur François Lessard pour ses conseils dans la réalisation de la partie informatique de mon projet ;
- toute ma famille et mes amis éparpillés dans le monde et que je regrette de ne pouvoir tous les nommer ici : Bath Lo, Nassirou Lo, Balla Diop, Alain Régnier, Jonathan Dumas, Souleymane Barry, Mamadou Sané, etc.

Je tiens enfin à exprimer mes remerciements à mes parents qui ont tant oeuvré pour m'inculquer l'amour du savoir et en particulier des mathématiques.

## RÉSUMÉ

Cette thèse porte sur la résolution du problème d'affectation de locomotives avec contraintes d'entretien et de carburant lorsque les locomotives ne fonctionnent pas à l'électricité. Il s'agit de satisfaire la demande d'un grand nombre de voyages en train prévus sur un horizon daté avec des locomotives d'un seul type. Cette demande s'exprime en terme de nombre minimum de locomotives permettant d'assurer chaque voyage. Cependant, les contraintes de disponibilité des locomotives et des ateliers ainsi que les contraintes d'entretien et de carburant pour les locomotives diesel-mécaniques doivent être scrupuleusement respectées. Les contraintes d'entretien et de carburant sont exprimées en terme de distances minimale et maximale entre deux entretiens consécutifs de même type. Les locomotives ont des conditions initiales distinctes. Elles peuvent aller en entretien ou faire le plein de carburant en tout temps sans violer les contraintes quitte à se déplacer seules avec conducteur ou sans conducteur accrochées à d'autres locomotives. On vise d'abord à minimiser le nombre de locomotives utilisées, puis le coût opérationnel total et enfin, à effectuer les entretiens le plus tôt possible. En dépit de ses quelques ressemblances avec les sujets traités dans la littérature, ce problème exige une approche différente non seulement à cause du grand nombre de trains à couvrir et de la prise en compte des mises en position avec conducteur mais surtout à cause des contraintes d'entretien de plusieurs types et de carburant. De plus, les conditions initiales des locomotives font que chacune d'elles doit être considérée spécifiquement.

Le problème est modélisé par adaptation du modèle générique non-linéaire de flot multi-commodités proposé en 1998 par Desaulniers, Desrosiers, Ioachim, Solomon et Soumis. Chaque locomotive représente une commodité dont le réseau associé est de type espace-temps. Au lieu de développer une approche de résolution générale applicable à n'importe quel type de locomotives, nous avons développé une première

approche plus adaptée à l'affectation de locomotives électriques et une deuxième approche pour l'affectation de locomotives diesel-mécaniques. Contrairement aux locomotives électriques, les locomotives diesel-mécaniques nécessitent des pleins de carburant d'une fréquence assez rapprochée et des inspections plus fréquentes de durées plus longues. L'approche pour les locomotives électriques fonctionne avec des contraintes d'entretien à moyen et long termes n'impliquant pas un grand nombre de locomotives nécessitant des entretiens durant l'horizon. Nous avons modifié la première approche pour prendre en compte des contraintes d'entretien à court terme comme celles de plein de carburant.

Pour résoudre le problème d'affectation de locomotives électriques, nous proposons une approche basée sur des stratégies de décomposition étant donné la grande taille du problème. Premièrement, une discrétisation heuristique de l'horizon de planification en tranches de temps se chevauchant est pratiquée pour se ramener à des petits problèmes de taille plus raisonnable. Deuxièmement, nous résolvons un modèle en nombres entiers qui tient compte des contraintes de capacité et de disponibilité des ateliers. Il permet de prévoir des périodes d'entretien pour chaque locomotive afin d'identifier les locomotives, dites critiques, qui nécessitent un entretien au cours de la tranche de temps courante. Ces dernières sont routées séparément en résolvant des problèmes de plus court chemin avec ressources contrairement aux locomotives non-critiques qui sont routées simultanément en résolvant un modèle en nombres entiers. Enfin, deux modifications sont apportées à cette approche de base pour améliorer la qualité des solutions et deux autres pour accélérer les temps de résolution. La première modification permet de corriger l'aspect glouton du routage des locomotives critiques en remettant en question certaines portions de leurs routes. La deuxième permet de mieux guider le routage des locomotives critiques en utilisant l'information duale fournie par la solution de la relaxation linéaire du modèle d'affectation des locomotives non-critiques. La troisième remplace le modèle en nombres entiers du problème d'affectation des locomotives non-critiques par un modèle équivalent de flot à coût minimum. La dernière modification réduit la taille des réseaux sous-jacents en passant par une meilleure sélection des mises en position potentielles à considérer.

Notre première approche devient une approche de type glouton lorsqu'on l'applique au problème d'affectation des locomotives diesel-mécaniques. En effet, presque toutes les locomotives deviennent critiques pour le diesel à chaque tranche de temps. Par conséquent, une deuxième approche est proposée afin d'y remédier. Pour les locomotives diesel-mécaniques, nous proposons un modèle de flot multi-commodités pour le problème d'affectation des locomotives non-critiques. Ce modèle est résolu par l'approche classique de décomposition de Dantzig-Wolfe imbriquée dans une procédure d'évaluation et de séparation progressive. Cependant, la limite de taille d'une instance du problème qu'on peut résoudre par cette approche en un temps de résolution raisonnable est rapidement atteinte. Pour des instances dont la taille dépasse cette limite, nous avons proposé une approche basée sur une agrégation a priori des trains et sur un découpage en des problèmes de moyenne taille.

Les modèles et approches de résolution décrits dans cette thèse ont été testés sur des données réelles provenant de la compagnie ferroviaire allemande Deutsche Bahn AG. Ces approches donnent des résultats plus que satisfaisants. Les scénarios comportant 3061 trains sur une semaine à assurer par des locomotives électriques ont été résolus en moins de deux minutes et en 3 minutes, en moyenne, pour ceux comportant 4666 trains sur une semaine. Pour certains de ces scénarios, le nombre optimal de locomotives a été utilisé. Seulement 85% des locomotives disponibles ont été utilisées. Une instance de grande taille comportant 19 137 trains à assurer par 414 locomotives à diesel disponibles a été résolue en 6 heures 20 minutes. Tous les trains ont été couverts en utilisant 94% des locomotives disponibles. Sans agrégation a priori des trains, le nombre de locomotives utilisées a été réduit de 1% ; par contre, le temps de résolution est un peu plus que doublé. Les contraintes d'entretien et de carburant ont été satisfaites. Les entretiens ont été effectués près de la borne de distance minimale et les pleins de carburant près de la borne de distance maximale. Malheureusement, nous n'avons pas les solutions de la compagnie pour les comparer aux nôtres.



## ABSTRACT

In this thesis, we consider the problem of assigning locomotives to a large number of trains scheduled over a one-week or a one-month horizon while taking into account maintenance and, possibly, fueling constraints. Since the locomotives are all of the same type, demand for each train is expressed as a minimum number of locomotives. Maintenance and fueling constraints are given as minimum and maximum traveled distances between two consecutive maintenances or fuelings. Availability constraints for the locomotives and the maintenance shops must also be taken into account, as well as locomotive initial conditions. Locomotives can go to maintenance and fueling at all times without violating any constraints even if this requires traveling alight (with an engineer) or in deadhead (without engineer) pulled by one or several other locomotives. The objective consists of minimizing first the total number of locomotives used, second the total operational cost including the distance traveled in light moves and in deadhead, and last delayed maintenances with respect to the minimum distance between two maintenances. Despite similarities between this problem and those studied in the literature, the former requires a different approach because of the large number of trains to cover augmented by the large number of potential light moves, and also because of the constraints for different maintenance types and for fuel. Moreover, to treat the initial conditions of the locomotives, they must be handled individually.

The problem is modeled by adapting the generic nonlinear multicommodity network flow model proposed in 1998 by Desaulniers, Desrosiers, Ioachim, Solomon and Soumis for tackling a large class of deterministic vehicle routing and crew scheduling problems. Each locomotive represents a commodity and is associated with a time-space network. Instead of developing a generic approach for all locomotive types, we develop a first approach for the problem of assigning electric locomotives and a

second one for the problem of assigning diesel locomotives. These last locomotives need fueling about once per day and maintenance less frequently. The first approach works when short time maintenances like fueling is not considered. The second one is an extension of the first which includes a special treatment of the fueling constraints.

Given the size of the instances to solve for the electric locomotives, we propose a solution approach based on several decomposition strategies. Firstly, the planning horizon is discretized into overlapping time slices and a reasonable-sized problem is solved for each slice. Secondly, a small integer linear problem is solved to identify locomotives that need maintenance during the current time slice. These locomotives are said to be critical and the others non-critical. The routing of the critical locomotives is then performed sequentially by solving, for each of these locomotives, a shortest path problem with resource constraints. Finally, the non-critical locomotives are routed simultaneously by solving an integer linear problem. To improve solution quality, we propose two different modifications to this basic approach. The first corrects the greedy aspect of the critical locomotive routing procedure by reconsidering some parts of their routes in the time slice. The second uses the dual information obtained by solving a priori a relaxed version of the problem for better guiding the critical locomotives during their routing. Two other modifications are also proposed for improving computational times. The first replaces the integer linear model for the non-critical locomotives by an equivalent network flow model. The second reduces the size of the underlying networks by efficiently selecting potential light moves.

When fueling is treated like maintenance, the first approach becomes almost totally greedy because almost all locomotives are critical for fueling in each time slice. To alleviate this difficulty, we propose in the second approach to add resource constraints for fueling in the critical and non-critical locomotive models. This destroys the network flow structure of the non-critical locomotive model which is then solved using Dantzig-Wolfe decomposition. Furthermore, for very large-scale instances that cannot be solved in acceptable solution times, we propose to further decompose the original problem and to aggregate a priori some of the trains.

These approaches have been tested on real-life data provided by the Deutsche Bahn AG railroad. More than satisfactory solutions have been obtained. Instances with 3061 trains over one week to cover by electric locomotives were solved in less than two minutes, while others involving 4666 trains required three minutes. For some of these instances, the optimal number of locomotives was obtained. On average, only 85% of the available locomotives were used. For one instance with 19137 trains and 414 diesel locomotives, a solution was computed in 6 hours and 20 minutes using 94% of the available locomotives. We succeeded to improve the quality of this solution by 1% at the expense of doubling the solution time. Maintenance and fueling constraints were all satisfied. Maintenances were performed, on average, very close to the minimum required distance, while fueling was done, on average, close to the maximal allowed distance. Unfortunately, we could not compare our solutions to the railroad solutions because they were not available.

# TABLE DES MATIÈRES

|  |      |
|--|------|
| DÉDICACE . . . . .   | iv   |
| REMERCIEMENTS . . . . .  | v    |
| RÉSUMÉ . . . . .   | vi   |
| ABSTRACT . . . . .   | ix   |
| TABLE DES MATIÈRES . . . . .                                     | xii  |
| LISTE DES TABLEAUX . . . . .                                     | xvii |
| LISTE DES FIGURES . . . . .                                      | xix  |
| LISTE DES ALGORITHMES . . . . .                                  | xxi  |
| INTRODUCTION . . . . .   | 1    |
| CHAPITRE 1 : POSITION DU PROBLÈME . . . . .                      | 5    |
| 1.1 : Introduction . . . . .                                     | 5    |
| 1.2 : Structure décisionnelle en transport ferroviaire . . . . . | 5    |

|   |           |
|---|-----------|
| 1.2.1 : Confection de l'horaire des trains . . . . .                                    | 7         |
| 1.2.2 : Planification des locomotives . . . . .   | 8         |
| 1.2.3 : Planification des wagons . . . . .  | 10        |
| 1.2.4 : Rotations d'équipage . . . . .  | 11        |
| 1.2.5 : Gestion des opérations . . . . .  | 11        |
| 1.2.6 : Planification technique . . . . .   | 12        |
| 1.3 : Description du problème . . . . .   | 12        |
| 1.3.1 : Contexte ferroviaire . . . . .  | 13        |
| 1.3.2 : Définition du problème . . . . .  | 20        |
| 1.4 : Conclusion . . . . .  | 22        |
| <b>CHAPITRE 2 : REVUE DE LA LITTÉRATURE . . . . .</b>                                   | <b>25</b> |
| 2.1 : Introduction . . . . .  | 25        |
| 2.2 : Problème sans contraintes d'entretien . . . . .                                   | 26        |
| 2.3 : Problème avec contraintes d'entretien . . . . .                                   | 36        |
| 2.4 : Contributions . . . . .   | 44        |
| <b>CHAPITRE 3 : MODÈLE, APPROCHE DE RÉOLUTION ET AMÉ-</b><br><b>LORATIONS . . . . .</b> | <b>47</b> |
| 3.1 : Introduction . . . . .  | 47        |

|   |    |
|---|----|
| 3.2 : Modèle . . . . .                                      | 48 |
| 3.2.1 : Description du réseau . . . . .                     | 49 |
| 3.2.2 : Formulation mathématique . . . . .                  | 55 |
| 3.3 : Approche de résolution . . . . .                      | 57 |
| 3.3.1 : Décomposition temporelle . . . . .                  | 58 |
| 3.3.2 : Répartition des entretiens . . . . .                | 60 |
| 3.3.3 : Affectation des locomotives critiques . . . . .     | 63 |
| 3.3.4 : Affectation des locomotives non-critiques . . . . . | 67 |
| 3.3.5 : Pseudo-code de l'approche de résolution . . . . .   | 71 |
| 3.4 : Résultats expérimentaux . . . . .                     | 71 |
| 3.4.1 : Description des problèmes résolus . . . . .         | 72 |
| 3.4.2 : Caractéristiques de l'implémentation . . . . .      | 74 |
| 3.4.3 : Valeurs attribuées aux paramètres . . . . .         | 74 |
| 3.4.4 : Résultats . . . . .                                 | 76 |
| 3.5 : Améliorations de l'approche de base . . . . .         | 79 |
| 3.5.1 : Réduction de la taille des réseaux . . . . .        | 79 |
| 3.5.2 : Amélioration de la qualité des solutions . . . . .  | 84 |
| 3.6 : Conclusion . . . . .                                  | 91 |

## CHAPITRE 4 : ACCÉLÉRATION DES TEMPS DE RÉOLUTION 93

|  |     |
|--|-----|
| 4.1 : Introduction . . . . .   | 93  |
| 4.2 : Modèle réseau pour l'affectation des locomotives non-critiques . . . | 94  |
| 4.2.1 : Description du réseau agrégé . . . . .                             | 95  |
| 4.2.2 : Formulation mathématique . . . . .                                 | 96  |
| 4.2.3 : Utilisation de l'information duale . . . . .                       | 97  |
| 4.2.4 : Tests numériques . . . . .   | 97  |
| 4.3 : Sélection de mises en position potentielles . . . . .                | 100 |
| 4.3.1 : Quelques rappels et notations . . . . .                            | 101 |
| 4.3.2 : Sélection simple de mises en position potentielles . . . . .       | 103 |
| 4.3.3 : Sélection améliorée de mises en position potentielles . . . . .    | 105 |
| 4.3.4 : Expérimentation numérique . . . . .                                | 115 |
| 4.4 : Conclusion . . . . .   | 123 |

## CHAPITRE 5 : AFFECTATION DE LOCOMOTIVES À DIESEL 124

|  |     |
|--|-----|
| 5.1 : Introduction . . . . .   | 124 |
| 5.2 : Modèle multi-commodités pour l'affectation des locomotives non-critiques | 126 |
| 5.2.1 : Modifications du réseau . . . . .                                      | 126 |
| 5.2.2 : Formulation mathématique . . . . .                                     | 128 |

|   |            |
|---|------------|
| 5.2.3 : Résolution du problème . . . . .                                  | 129        |
| 5.3 : Approche de résolution pour les locomotives diesel-mécaniques . . . | 134        |
| 5.3.1 : Pseudo-code . . . . .   | 134        |
| 5.3.2 : Les limites de l'approche de résolution . . . . .                 | 136        |
| 5.4 : Approche de résolution d'instances de grande taille . . . . .       | 138        |
| 5.4.1 : Découpage en des problèmes de moyenne taille . . . . .            | 139        |
| 5.4.2 : Agrégation de trains . . . . .                                    | 141        |
| 5.4.3 : Passage avec recul . . . . .                                      | 142        |
| 5.5 : Résultats numériques . . . . .                                      | 143        |
| 5.5.1 : Données du problème original de grande taille . . . . .           | 144        |
| 5.5.2 : Découpage et agrégation . . . . .                                 | 144        |
| 5.5.3 : Résultats numériques . . . . .                                    | 146        |
| 5.5.4 : Analyse de sensibilité . . . . .                                  | 147        |
| 5.6 : Conclusion . . . . .  | 149        |
| <b>CONCLUSION . . . . .</b>   | <b>151</b> |
| <b>BIBLIOGRAPHIE . . . . .</b>  | <b>155</b> |



## LISTE DES TABLEAUX

|  |    |
|--|----|
| Tableau 2.1 : Variantes du problème d'affectation de locomotives dans la littérature. . . . .  | 45 |
| Tableau 3.1 : Notations utilisées dans la description du réseau . . . . .  | 52 |
| Tableau 3.2 : Résultats sur un horizon d'une semaine. . . . .  | 77 |
| Tableau 3.3 : Résultats sur un horizon d'un mois. . . . .  | 78 |
| Tableau 3.4 : Résultats sur un horizon d'une semaine : réduction de la taille des réseaux. . . . .   | 83 |
| Tableau 3.5 : Résultats sur un horizon d'un mois : réduction de la taille des réseaux. . . . .   | 83 |
| Tableau 3.6 : Résultats sur un horizon d'une semaine : repositionnement des locomotives critiques. . . . .                                     | 86 |
| Tableau 3.7 : Résultats sur un horizon d'un mois : repositionnement des locomotives critiques. . . . .   | 86 |
| Tableau 3.8 : Résultats sur un horizon d'une semaine : utilisation de l'information duale. . . . .   | 89 |
| Tableau 3.9 : Résultats sur un horizon d'un mois : utilisation de l'information duale. . . . .   | 90 |
| Tableau 4.1 : Résultats sur un horizon d'une semaine : un modèle de flot à coût minimum pour le routage des locomotives non-critiques. . . . . | 98 |

|   |     |
|---|-----|
| Tableau 4.2 : Résultats sur un horizon d'un mois : un modèle de flot à coût minimum pour le routage des locomotives non-citiques. . . | 99  |
| Tableau 4.3 : Problème sans contraintes d'entretien . . . . .   | 117 |
| Tableau 4.4 : Résultats sur un horizon d'une semaine avec sélection simple des mises en position. . . . .                             | 120 |
| Tableau 4.5 : Comparaison des résultats de l'approche de base (tableau 3.2) et ceux de l'approche améliorée (tableau 4.6). . . . .    | 120 |
| Tableau 4.6 : Résultats sur un horizon d'une semaine avec sélection améliorée des mises en position. . . . .                          | 121 |
| Tableau 4.7 : Comparaison des résultats de l'approche de base (tableau 3.4) et ceux de l'approche améliorée (tableau 4.6). . . . .    | 121 |
| Tableau 5.1 : Les limites de l'approche. . . . .  | 137 |
| Tableau 5.2 : Données du problème de grande taille. . . . .   | 145 |
| Tableau 5.3 : Résultats numériques après agrégation et découpage. . . .   | 146 |
| Tableau 5.4 : Sensibilité par rapport à l'agrégation et au recul . . . . .  | 148 |
| Tableau 5.5 : Sensibilité par rapport au découpage . . . . .  | 149 |

## LISTE DES FIGURES

|   |     |
|---|-----|
| Figure 1.1 : Processus décisionnel en transport ferroviaire. . . . .  | 6   |
| Figure 2.1 : Réseau espace-temps d'une commodité. . . . .   | 39  |
| Figure 3.1 : Réseau initial $G^l$ associé à une locomotive $l \in L$ . . . . .  | 50  |
| Figure 3.2 : Décomposition temporelle. . . . .  | 59  |
| Figure 3.3 : Mises en position dans le réseau initial . . . . .   | 80  |
| Figure 3.4 : Mises en position dans le réseau modifié . . . . .   | 80  |
| Figure 4.1 : Réseau agrégé des locomotives non-critiques. . . . .   | 95  |
| Figure 4.2 : Mises en position possibles . . . . .  | 102 |
| Figure 4.3 : Mises en position potentielles retenues . . . . .  | 102 |
| Figure 4.4 : Graphiques d'arrivées et de départs de trains à une station .  | 106 |
| Figure 4.5 : Cas de figures pour les stations en manque de locomotives .  | 108 |
| Figure 4.6 : Cas de figures pour les stations en surplus de locomotives . .   | 108 |
| Figure 4.7 : Espace des rangs des mises en position sélectionnées . . . . .   | 112 |
| Figure 4.8 : Dépendance entre la distance parcourue en mise en position et<br>le nombre de mises en position potentielles sélectionnées . . | 117 |

|  |     |
|--|-----|
| Figure 5.1 : Les limites de l'approche . . . . . | 137 |
|--|-----|

## LISTE DES ALGORITHMES

|   |     |
|---|-----|
| Algorithme 3.1 : Affectation de locomotives électriques . . . . .       | 73  |
| Algorithme 5.1 : Affectation de locomotives diesel-mécaniques . . . . . | 138 |
| Algorithme 5.2 : Découpage en des problèmes de moyenne taille . . . . . | 144 |

## INTRODUCTION

De nos jours, le transport est un important facteur économique. Le transport ferroviaire de passagers y occupe une place très importante surtout en Europe. En Allemagne par exemple, la compagnie de chemin de fer, Deutsche Bahn AG, opérait environ 40 000 trains par jour pour satisfaire la demande en 1998. Cependant, le transport ferroviaire est fortement concurrencé par le transport urbain et aérien. Pour reconquérir sa part du marché, le département de marketing des compagnies ferroviaires recommande l'amélioration de la qualité du service en prenant plus soin des souhaits des passagers parmi lesquels on peut citer : un nombre minimum de correspondances ainsi que des durées d'attente moins longues et des durées de voyage plus courtes. Cependant, ces requêtes entrent en conflit avec celles du département de logistique qui se préoccupe de minimiser les coûts d'opération, celles du département de maintenance qui exige le respect des contraintes opérationnelles et celles des syndicats des travailleurs qui demandent l'application des conventions collectives. Pour trouver un compromis entre toutes ces requêtes, les systèmes d'optimisation peuvent être très utiles au service du transport.

Ces systèmes ont connu beaucoup de succès en transport aérien et urbain. Par contre, en transport ferroviaire, leur utilisation est retardée par non seulement la taille et la complexité des problèmes rencontrés, dues au grand nombre de ressources participantes, mais aussi par le retard accusé par les compagnies ferroviaires pour se doter de systèmes d'information formels. Plusieurs compagnies ferroviaires ont récemment

fait des efforts importants pour remédier à ce dernier problème. Cela permet de croire que les systèmes d'optimisation pourraient être bientôt utilisés à tous les niveaux du processus décisionnel en transport ferroviaire d'autant plus que quelques auteurs y ont déjà travaillé (voir la revue de littérature présentée au chapitre 2). Toutefois, nous nous restreignons au problème d'affectation de locomotives aux trains qui se pose dans de grandes compagnies ferroviaires.

Au premier chapitre, nous décrivons d'abord le processus décisionnel en transport ferroviaire afin de mieux situer notre problème et de mieux comprendre certaines hypothèses et données du problème. Ensuite, nous décrivons le contexte dans lequel le problème se pose. Enfin, nous présentons une définition précise de la variante du problème d'affectation de locomotives que nous étudions. Il s'agit de satisfaire la demande d'un grand nombre de voyages en train prévus sur un horizon daté. Cette demande s'exprime en terme de nombre minimum de locomotives permettant d'assurer chaque voyage. Cependant, les contraintes de disponibilité des locomotives et des ateliers, d'entretien et de carburant pour les locomotives diesel-mécaniques doivent être scrupuleusement respectées. Les contraintes d'entretien et de carburant sont exprimées en terme de distances minimale et maximale entre deux entretiens consécutifs de même type. Les locomotives sont de même type et ont des conditions initiales distinctes. Elles peuvent aller en entretien, exécuter d'autres services ou faire le plein en tout temps sans violer les contraintes quitte à se déplacer seules avec conducteur ou sans conducteur donc accrochées à d'autres locomotives. On vise d'abord à minimiser le nombre de locomotives utilisées puis, le coût opérationnel total et enfin, à effectuer les entretiens le plus tôt possible.

Au second chapitre, nous présentons une revue de la littérature restreinte au problème d'affectation de locomotives et wagons et aussi aux sujets similaires qui se posent dans d'autres domaines connexes. Certains modèles et approches de résolution existants y sont présentés pour mieux les contraster avec les nôtres. La revue de la littérature est divisée en deux parties selon que les contraintes d'entretien des locomotives où des contraintes compliquantes équivalentes sont prises en compte ou non dans les problèmes étudiés.

Le troisième chapitre décrit le modèle et l'approche de résolution proposés pour le problème étudié. Le modèle est obtenu par adaptation du modèle générique non-linéaire de flot multi-commodités, appelé modèle unifié, proposé en 1998 par Desaulniers *et al.* [23], pour analyser une grande classe de problèmes déterministes de tournées de véhicule et d'horaires d'équipage. L'approche de résolution est basée sur une division heuristique avec chevauchement de l'horizon de planification en des tranches de temps et un partitionnement de l'ensemble des locomotives. Trois modèles d'optimisation linéaire sont utilisés dans cette approche. Le premier est un modèle en nombres entiers permettant de partitionner l'ensemble des locomotives en deux sous-ensembles : locomotives critiques (nécessitant un entretien dans la tranche de temps courante) et locomotives non-critiques (ne nécessitant pas d'entretien dans la tranche de temps courante). Le second est un modèle de plus court chemin avec contraintes de ressources permettant de router les locomotives critiques. Le dernier est un modèle en nombres entiers permettant de router les locomotives non-critiques. Des améliorations de cette approche de résolution y sont présentées afin d'améliorer la qualité des solutions en passant par un meilleur repositionnement des locomotives critiques



et un meilleur guidage de leur routage. L'information duale fournie par la solution de la relaxation linéaire du problème d'affectation des locomotives non-critiques est utilisée dans cette amélioration.

Au quatrième chapitre, nous présentons deux améliorations de l'approche proposée afin d'accélérer les temps de résolution. La première remplace le modèle en nombres entiers d'affectation des locomotives non-critiques par un modèle de flot à coût minimum. La seconde réduit la taille des réseaux en passant par une meilleure sélection des mises en position potentielles avec conducteur à considérer. Deux méthodes de sélection y sont présentées. La première est de nature statique. Elle est basée sur une analyse des déséquilibres de l'horaire des trains considéré. La deuxième est de nature dynamique. Elle démarre à la première itération avec un nombre restreint de mises en position potentielles puis, à chaque itération subséquente, de nouvelles mises en position sont ajoutées. Ces dernières sont sélectionnées à l'aide de leurs coûts réduits dans l'itération précédente.

Au dernier chapitre, nous présentons d'importantes modifications de l'approche de base pour corriger une de ses faiblesses entraînée par la prise en compte des pleins de carburant des locomotives diesel-mécaniques. Le problème d'affectation de ces locomotives est modélisé à l'aide d'un modèle multi-flots et est résolu par une approche de décomposition de Dantzig-Wolfe imbriquée dans une procédure de séparation évaluation progressive. Dans ce chapitre, nous présentons aussi une méthode de découpage et d'agrégation des trains afin de résoudre en des temps de résolution raisonnables des instances du problème de très grande taille.

# CHAPITRE 1 : POSITION DU PROBLÈME

## 1.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons une définition précise de la variante du problème d'affectation de locomotives aux trains étudiée dans cette thèse. Mais auparavant, nous présentons le vaste processus de prise de décision en transport ferroviaire pour mieux situer le problème et mieux comprendre ses hypothèses et ses données. Parmi ces dernières on peut citer : la décomposition du problème par type de locomotives, la donnée d'un horaire, etc.

## 1.2 Structure décisionnelle en transport ferroviaire

Du fait de sa grande taille, le problème décisionnel en transport ferroviaire est décomposé en plusieurs étapes qui sont illustrées à la figure 1.1. Tout d'abord, l'entreprise ferroviaire doit faire une étude de marché très poussée afin de déterminer la répartition temporelle et spatiale de la demande qu'elle se donne comme objectif de satisfaire. Cette base de données permettra de confectionner l'horaire des trains qui est le produit vendu par la compagnie. Dans les étapes suivantes, l'entreprise doit résoudre les problèmes d'utilisation des équipements et du personnel qui rendent possible le partage du travail entre les diverses ressources disponibles. L'étape finale est naturellement constituée par la gestion en temps réel de l'ensemble des opérations re-

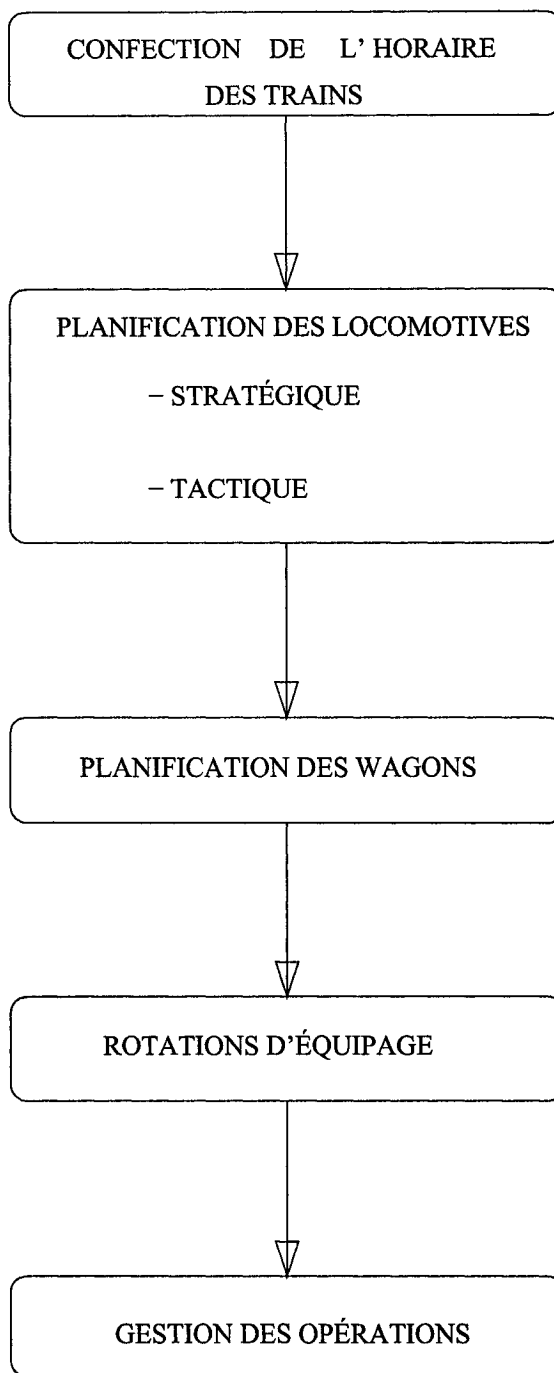


Figure 1.1 – Processus décisionnel en transport ferroviaire.

latives aux locomotives, wagons et équipages. Ceci est un vaste processus décisionnel qui devrait être optimisé globalement mais vue sa grande taille, on est obligé pour l'instant de le décomposer en plusieurs sous-problèmes. Ces derniers sont souvent interdépendants car les résultats d'un sous-problème peuvent mener à la révision ou au réajustement des décisions prises préalablement. Nous allons décrire brièvement chaque étape de ce processus décisionnel.

### 1.2.1 Confection de l'horaire des trains

L'horaire des trains consiste en un ensemble d'heures de départ et d'arrivée des trains à certains points particuliers du réseau ferroviaire. Pour réaliser cette tâche de confection d'horaire des trains, sans doute la plus difficile, l'entreprise doit analyser la demande en passagers et décider des lignes qui vont être en service.

- Analyse de la demande : L'entreprise effectue une enquête sur un échantillon des passagers afin d'établir des tables contenant le nombre de passagers pour chaque origine-destination souhaitée. Elle utilise par la suite des méthodes statistiques ainsi que les statistiques des saisons antérieures afin de valider ces données sur l'ensemble des passagers. Par la suite, elle choisit parmi ces origines-destinations, celles qui satisfont aux mieux à certains critères économiques, politiques et sociaux qu'elle se fixe ; par exemple, maximiser ses profits, revitaliser certaines localités, etc.
- Planification des lignes : L'étape suivante permet de choisir, pour chaque origine-destination sélectionnée précédemment, une route (i.e. une séquence de segments de voie ferrée les reliant) et la fréquence des trains sur ces lignes. Ce choix est fait

sous certains objectifs et sous certaines contraintes, par exemple, la configuration du réseau et ses politiques d'utilisation.

Enfin, l'entreprise doit fixer sur chacune de ces lignes qui seront fonctionnelles l'horaire de tous les trains qui y sont prévus. Un écart important entre les décisions prises à ce niveau et les attentes des passagers entraîne un changement de comportement de ces derniers au profit des marchés parallèles.

### 1.2.2 Planification des locomotives

L'étape suivante porte sur l'affectation des locomotives et types de locomotives aux trains prévus ainsi que leur routage. L'étape de planification des locomotives est subdivisée suivant le point de vue classique de partitionnement du processus décisionnel, à savoir les deux niveaux suivants : planification stratégique et planification tactique. La thèse porte principalement sur le niveau tactique dont une description détaillée est faite dans la section 1.3.

- Planification stratégique : C'est une planification pour une saison mais, le problème est résolu sur un horizon d'une semaine. L'horaire des trains est périodique de période d'une semaine non datée. Les itinéraires trouvés pour les locomotives doivent être cycliques et la durée d'un cycle peut être plus ou moins d'une semaine. Certaines locomotives ne sont pas identifiées par un numéro ainsi, elles sont regroupées par type et n'ont pas de conditions initiales. Il faut assigner à chaque train prévu une combinaison de types de locomotives, appelée convoi de locomotives, adéquate pour réaliser les opérations prévues. Cette assignation spécifie les routes à parcourir par les locomotives. Ce problème est difficile lorsque les itinéraires des

locomotives doivent inclure plusieurs types de maintenance dont des distances minimale et maximale sont imposées entre deux entretiens consécutifs de même type. L'objectif principal est de déterminer si le parc de locomotives disponibles est suffisant pour satisfaire la demande de chaque train en locomotives tout en respectant les règles d'utilisation de ces dernières. La planification stratégique est effectuée quelques mois avant le début des opérations pour l'horizon considéré.

- Planification tactique : C'est une planification à moyen terme. Le problème est défini sur un horizon daté, avec conditions initiales et parfois finales. Les conditions initiales spécifient le type, le nombre de locomotives, la station et le moment où chaque locomotive est disponible de même que la distance parcourue et le temps écoulé depuis la dernière inspection de chaque locomotive. Elles décrivent l'état des locomotives au début de l'horizon d'optimisation considéré. Elles découlent donc du passé et de la prévision du futur à court terme jusqu'au début de l'horizon. Une condition finale spécifie le type, le nombre de locomotives, la station et le moment où chaque locomotive est demandée, la distance à parcourir et le temps restant avant la prochaine inspection de chaque locomotive. Dans certaines compagnies, les conditions finales ne sont pas fixées car la planification est faite sur un horizon fuyant. La planification tactique prend en compte toutes les exceptions du calendrier (les trains ajoutés) et détermine un plan d'utilisation pour chaque locomotive. Elle est effectuée quelques heures avant le début des opérations, par exemple, la nuit précédent les opérations qui débutent le lendemain matin pour un problème sur une semaine.

### 1.2.3 Planification des wagons

La planification des wagons est traitée différemment suivant le contexte de transport considéré ci-dessous.

- Transport de passagers : Il faut affecter à chaque train prévu à l’horaire des types de wagons respectant toutes les contraintes imposées par le mode d’utilisation et les caractéristiques du matériel roulant. Les routes des wagons pleins (i.e., avec passages) sont fixées. Le problème revient à trouver une bonne répartition des wagons vides (i.e., sans passagers). Il ne faut pas qu’ils s’accumulent à certains endroits du réseau. Il est possible de traiter locomotives et wagons en même temps en transport de passagers lorsque le problème est de taille relativement petite. Par contre, si le problème est de grande taille, on sépare la planification des locomotives et celle des wagons, ce qui va être fait dans notre cas.
- Transport de marchandises : Ces problèmes se posent avec plus d’acuité dans ce contexte du fait du grand nombre de wagons que comporte un train de marchandises. L’origine et la destination des wagons pleins (i.e., avec marchandises) sont connues contrairement à leurs routes. Le problème de routage des wagons pleins vient donc s’ajouter à celui de la répartition des wagons vides (i.e., sans marchandises) permettant de satisfaire la demande en wagons des trains prévus à l’horaire. Après avoir affecté les convois de locomotives aux trains et construit les itinéraires de ces derniers, on est en mesure d’évaluer l’excédent de puissance résultant des difficultés de pouvoir fournir exactement la puissance désirée par un train. De ce fait, cet excédent pourrait être utilisé dans la répartition des wagons vides. En trans-

port de marchandises, la séparation de la planification des locomotives et celle des wagons est presque inévitable en raison de la grande taille des problèmes. Dans d'autres grandes compagnies, comme Deutsche Bahn AG, même la planification tactique des locomotives est subdivisée par types de locomotives.

#### **1.2.4 Rotations d'équipage**

Une fois qu'on connaît les types et nombres de locomotives et wagons affectés aux trains et les itinéraires de ces derniers, il faut maintenant construire les rotations d'équipage (conducteurs, mécaniciens, contrôleurs, ...) pour s'assurer qu'un équipage est disponible pour chaque train prévu à l'horaire. Une rotation d'équipage est une suite d'activités (généralement des déplacements sur des trains, attentes, repos, ...) à accomplir par l'équipage qui débute et se termine à une même station appelée base. Ce problème est semblable à celui du routage des trains, à l'exception que le travail des membres d'équipage est soumis à des règles provenant des conventions collectives et d'organismes gouvernementaux, telles que la durée maximale d'une rotation, le temps de repos minimum entre les jours de travail, etc.

#### **1.2.5 Gestion des opérations**

A ce niveau, il s'agit de prendre des décisions, suite à des perturbations intervenues durant le fonctionnement du système (comme les retards, les variations de la demande, ...) de manière à ne pas trop s'écarter de la solution planifiée au niveau tactique. Les décisions en temps réel déterminent l'assignation de locomotives spé-



cifiques, de wagons ou d'équipages sur un horizon très court, généralement de 24 heures. Cette opération est réalisée aussi souvent qu'il le faut, parfois à toutes les heures. Cette étape au niveau des opérations a pour objectif de minimiser le coût des opérations, en suggérant au besoin des modifications mineures à l'horaire des trains afin d'assurer un meilleur service aux clients.

### **1.2.6 Planification technique**

Un autre problème survient occasionnellement soit à tous les dix ou quinze ans. C'est pourquoi on ne l'a pas intégré dans le processus habituel de décisions. Il se situe entre la confection de l'horaire des trains et la planification des équipements. On peut l'appeler planification technique. Cette planification porte sur le choix et l'achat des pièces du matériel roulant ainsi que sur les décisions de construire ou d'abandonner des tronçons de voie ferrée. C'est une planification à très long terme.

## **1.3 Description du problème**

Cette section décrit le problème tactique étudié dans cette thèse. Le choix d'un modèle convenable à un problème impose de connaître ses propriétés. En plus, la compréhension du contexte constitue une bonne base de départ pour le choix d'une méthode de résolution plus adaptée. Dans ce qui suit, nous précisons les différentes ressources utilisées dans le contexte ferroviaire et, en même temps, nous définissons les structures de données et quelques notions permettant de décrire ce problème.

### 1.3.1 Contexte ferroviaire

Parmi les diverses ressources utilisées dans le contexte ferroviaire, nous identifions ci-dessous celles relatives à la variante du problème d'affectation de locomotives aux trains étudiée dans cette thèse.

#### Le réseau physique

Le réseau physique est constitué de points particuliers appelés stations. Certaines paires de stations sont reliées par une voie ferrée. Les stations se caractérisent par les types de service qui y sont fournis. Différentes voies ferrées peuvent relier deux stations données. Les caractéristiques des éléments constitutifs du réseau physique sont les suivants.

**Station :** C'est un endroit où les locomotives effectuent divers types d'activité. Les équipements et le personnel disponibles dans la station déterminent les types d'activité qu'une locomotive peut effectuer entre son arrivée et son départ de la station ainsi que leurs durées. Parmi ces activités, on peut citer : embarquer et débarquer des passagers, changer de direction, aller en entretien, faire le plein de carburant, exécuter des services locaux, stationner, etc. Le temps minimum nécessaire pour effectuer un certain nombre de ces activités (embarquement et débarquement des passagers et leurs bagages, changement de direction) est appelé temps minimum de connexion. Ce dernier dépend donc de la station. La nature de ces activités inter-tâches confère à la station un statut de gare ferroviaire, d'atelier d'entretien ou de poste local.

**Gare ferroviaire :** Elle est le lieu d'embarquement, de débarquement des passagers et possiblement de changement de direction. À chaque gare, un temps minimum de connexion est nécessaire entre deux trains consécutifs pour diverses raisons.

**Atelier d'entretien :** C'est un lieu où des locomotives sont entretenues périodiquement. L'atelier se caractérise par les types d'entretien offerts, la durée que nécessite chaque type d'entretien, les types de locomotive qui y sont entretenus, sa capacité, ses heures d'ouverture, etc.

**Poste local :** Il est le lieu d'assemblage et de désassemblage des trains. Certains types de locomotive y sont affectés pour effectuer ces activités. Il comporte en général plusieurs cours de triage. Un poste local se caractérise par sa demande en nombre de locomotives, par les types de locomotive préférés, etc. Les activités des locomotives affectées aux postes locaux sont prises en compte dans leur routage. Elles sont répertoriées dans l'horaire des trains comme des services locaux.

**Route :** C'est une voie ferrée reliant une station appelée origine à une autre appelée destination. Elle se caractérise par sa longueur. Différentes routes peuvent relier deux stations données. De ce fait, il est précisé dans les données la route qu'un train peut emprunter.

### **Données relatives aux trains**

Le produit vendu par chaque compagnie ferroviaire est constitué d'un ensemble de trains productifs. Pour rendre ce produit disponible aux clients, la compagnie a re-

cours à des trains non-productifs comme des services locaux pour accrocher des wagons, des mises en position de locomotives avec ou sans conducteurs, etc. Des précisions sur ces notions sont données ci-bas.

**Train :** C'est un déplacement sans escale le long d'une route. Un train regroupe les données suivantes : date, heure et station de départ, date, heure et station d'arrivée, la durée, la demande en nombre de locomotives, la route que le train doit emprunter, etc. La distance parcourue par le train correspond à la longueur de la route.

**Service local :** C'est un déplacement reliant deux cours de triage d'une même station ou la station et une de ses cours de triage. Un service local a les mêmes caractéristiques qu'un train. Un service local sert, entre autres, à accrocher ou décrocher des wagons. Il est exécuté par une locomotive à une vitesse fixée. Les services locaux sont programmés dans l'horaire des trains. La distance parcourue dans un service local est calculée en fonction de sa durée et de la vitesse fixée. On fera la distinction entre train et service local lorsque nécessaire.

**Horaire :** C'est un ensemble de trains ou de services locaux prévus dans un horizon de temps déterminé (en général, une semaine ou un mois).

**Demande des trains :** La demande de chaque train est exprimée en nombre minimum de locomotives permettant de l'assurer. Ces demandes résultent des prévisions de la demande en nombre de passagers. La qualité des solutions des problèmes d'optimisation associés à la planification dépendent fortement de la qualité de ces prévisions. Elles doivent donc être de très bonne qualité. Dans le problème stratégique,

seule la demande périodique en nombre de passagers est considérée. Cette demande en nombre de passagers pour chaque origine-destination est convertie en demande en nombre de wagons par train puis en demande en nombre de locomotives par train. La périodicité de cette demande est égale à la longueur de l'horizon de planification. La prévision de cette demande est effectuée plusieurs mois avant l'exécution des opérations. Dans le problème tactique, cette demande périodique est complétée par celle non-périodique puis mise à jour quelques heures avant le début des opérations.

**Séquence de trains :** C'est une suite de trains consécutifs devant être tirés par le même convoi de locomotives telle que les temps de connexion imposés par les stations intermédiaires soient respectés. Une séquence de trains peut être considérée comme un train reliant la station de départ du premier train et celle d'arrivée du dernier train de la séquence. Dans ce cas, on dit que les trains impliqués sont agrégés. La technique d'agrégation est souvent utilisée pour réduire le nombre de trains à couvrir dans un problème de grande taille.

**Mise en position sans conducteur :** C'est un déplacement d'une locomotive accrochée à une ou plusieurs autres et ne fournissant pas de puissance. Elle permet de repositionner une locomotive pour aller effectuer un déplacement débutant à une autre station. Elle regroupe les données suivantes : le train concerné, date, heure et station de départ, date, heure et station d'arrivée, la durée, la distance parcourue pour la mise en position, etc. Ces dernières données sont les mêmes que celles relatives au train concerné.

**Mise en position avec conducteur :** C'est un déplacement d'une locomotive entre deux stations sans transport de passagers. Elle permet de repositionner une locomotive pour aller effectuer un déplacement débutant à une autre station. Elle regroupe les données suivantes : date, heure et station de départ, date, heure et station d'arrivée, la durée, la route la moins longue si possible. La distance parcourue pour effectuer la mise en position correspond à la longueur de la route. Il est à noter que les mises en position avec conducteur peuvent avoir lieu en tout temps contrairement aux mises en position sans conducteur qui doivent respecter l'horaire d'un train.

### **Règles d'utilisation des locomotives**

Utiliser une locomotive revient simplement à lui octroyer un itinéraire réalisable et respectant les contraintes d'entretien imposées par son type. Les contraintes que doivent satisfaire les itinéraires des locomotives, les types de déplacement que peuvent effectuer les locomotives ainsi que le nombre et les types de locomotives qu'on peut affecter à un train donné font partie des règles d'utilisation de ces dernières. Ces règles varient d'une compagnie à l'autre et sont composées de contraintes opérationnelles, strictes pour certaines compagnies, flexibles pour d'autres. Précisons les notions citées ci-dessus tout en évoquant les règles considérées dans la variante du problème étudiée dans cette thèse.

**Locomotive :** Chaque locomotive possède un certain nombre de caractéristiques physiques impliquant son appartenance à un certain type donné. L'état d'entretien de la locomotive pour chaque type d'entretien et sa position en début d'horizon

déterminent les conditions initiales de cette locomotive. Ces dernières ne sont prises en compte que dans le problème tactique.

**Type de locomotive :** C'est un ensemble de locomotives possédant toutes les mêmes caractéristiques physiques. Parmi ces dernières, on peut citer : la force de traction, la vitesse maximale, le coût fixe d'utilisation englobant le coût d'amortissement et d'entretien, le coût d'utilisation en traction, la consommation, etc. Chaque type de locomotive possède une liste de types d'entretien que doit subir toute locomotive de ce type. Certains types de locomotives ont des activités qui leur sont propre, par exemple, des pleins de carburant pour le type diesel-mécanique.

**Locomotive critique et locomotive non-critique :** C'est une locomotive qui doit subir un entretien à moyen ou long terme durant la tranche de temps courante. Une locomotive non-critique est une locomotive qui ne nécessite pas d'entretien à moyen ou long terme durant la tranche de temps courante.

**Convoi de locomotives :** Les locomotives affectées à un train forment un convoi. Le convoi doit respecter des contraintes telles que la compatibilité entre le train et les types de locomotives et certaines caractéristiques physiques. Le type d'un convoi de locomotives est l'ensemble des types des locomotives du convoi. Un type de convoi peut être imposé sur chaque train. C'est le cas du problème étudié dans cette thèse où un seul type de locomotive est considéré pour tous les convois.

**Route ou itinéraire d'une locomotive :** L'itinéraire d'une locomotive est une suite de trains et, possiblement, de mises en position, d'opérations d'entretien, de

services locaux et de périodes d'attente. Il est réalisable si la connexion entre deux activités consécutives quelconques est réalisable, i.e., la station d'arrivée du premier est la même que la station de départ du second, et l'heure de départ du second permet à la locomotive du type considéré de respecter le temps de connexion de la station d'arrivée après avoir effectué le premier train.

**Types de déplacement :** Trois types de déplacement de locomotives sont considérés dans le problème étudié dans cette thèse :

- Les trains et les services locaux.
- Les mises en position sans conducteur.
- Les mises en position avec conducteur.

**Entretien des locomotives :** Une inspection périodique des locomotives est imposée par le département de maintenance pour garantir un service sécuritaire aux clients. Il existe plusieurs types d'entretien. Chacun d'eux ne peut être effectué qu'aux heures de travail de certains ateliers spécialisés et sur certains types de locomotives. Certains types d'entretien peuvent inclure d'autres types d'entretien, i.e., si l'entretien  $e$  inclut l'entretien  $e'$ , alors  $e'$  est effectué à toutes les fois que  $e$  est exécuté. Les contraintes d'entretien exigent le respect de la durée impartie pour effectuer chaque type de maintenance, le respect de la fréquence imposée pour chaque type de maintenance et le respect des contraintes de capacité et des heures d'ouverture des ateliers où l'inspection doit avoir lieu. La fréquence d'un type d'entretien est exprimée en terme de distances minimale et maximale à parcourir entre deux inspections consécutives de même type. Toutefois, la contrainte de distance minimale d'un entretien



de type  $e$  peut être violée si et seulement si l'entretien  $e'$  doit être effectué alors que l'entretien  $e'$  inclut l'entretien  $e$ .

**Plein de carburant :** La capacité des réservoirs de carburant impose aux locomotives diesel-mécaniques une distance maximale à parcourir après chaque plein. Les locomotives à diesel peuvent faire leurs pleins de carburant en tout temps aux stations d'approvisionnement en carburant quitte à effectuer une mise en position à l'aller et au retour. Ces dernières sont en général bien réparties dans le réseau physique. Les ateliers d'entretien sont aussi des stations d'approvisionnement en carburant. Les contraintes sur les pleins de carburant spécifient la distance maximale entre deux pleins consécutifs pour une même locomotive, la durée d'un plein de carburant et les stations possibles.

### 1.3.2 Définition du problème

La variante du problème tactique d'affectation de locomotives aux trains étudiée dans cette thèse est définie comme suit. Supposons que l'affectation des types de locomotives aux trains soit déjà effectuée. On peut donc séparer le problème par type de locomotive. Considérons donc le problème restreint à un seul type de locomotives. Étant donné :

- Un horizon daté, par exemple, une semaine ou un mois.
- Le type de locomotive considéré.
- L'horaire des trains et des services locaux à couvrir par les locomotives de ce type.
- Les demandes des trains et des services locaux exprimées en nombre minimum

de locomotives nécessaire pour assurer chacun ainsi que les routes qu'ils doivent emprunter.

- La liste des locomotives disponibles avec leurs conditions initiales.
- Les types d'entretien à effectuer sur le type de locomotive considéré ainsi que les contraintes d'entretien et éventuellement les relations d'inclusion entre ces types d'entretien.
- Les ateliers d'entretien et leurs caractéristiques.
- Les contraintes sur les pleins de carburant, s'il y a lieu.
- Les stations d'approvisionnement en carburant, s'il y a lieu.
- Les temps minimum de connexion imposés aux stations.
- Une table des distances spécifiant les distances et les routes entre chaque paire de stations. Cette table permet de calculer les distances parcourues par les locomotives en assurant des trains ou en effectuant des mises en position.

Le problème consiste à trouver un itinéraire réalisable pour chaque locomotive disponible. L'ensemble de ces itinéraires doit couvrir tous les trains et services locaux prévus dans l'horaire. Ces itinéraires doivent satisfaire aux contraintes d'entretien.

Le premier objectif consiste à minimiser le nombre total de locomotives utilisées. Le deuxième objectif porte sur la minimisation des coûts opérationnels totaux qui se séparent en trois :

- Un montant fixe pour opérer les trains et les services locaux.
- Un montant variable proportionnel à la distance parcourue en mise en position avec ou sans conducteur.
- Un montant supplémentaire variable proportionnel à la distance parcourue en mise

en position avec conducteur.

Le troisième objectif consiste à effectuer les entretiens le plus tôt possible pour éviter des pannes majeures tout en respectant le kilométrage minimal avant entretien sauf dans le cas où un entretien doit être effectué et que la borne minimale d'un autre entretien qu'il inclut n'est pas encore atteinte. Par exemple, si un entretien doit être effectué entre 6000 et 7000 kilomètres alors on vise à ce qu'il soit effectué le plus proche possible des 6000 kilomètres.

En modélisant ce problème, nous permettons de ne pas couvrir tous les trains lorsque le nombre de locomotives disponibles est insuffisant. La sous-couverture des trains est toutefois fortement pénalisée et prime sur tout autre objectif. En général, les compagnies ont recours a posteriori à des locations de locomotives pour couvrir les trains non couverts, à une réaffectation des types de locomotives aux trains ou encore à un changement d'horaire en retardant certains trains.

## 1.4 Conclusion

Cette thèse porte sur l'étape de la planification tactique de locomotives en transport ferroviaire de passagers et éventuellement une application à une grande compagnie ferroviaire allemande. La recherche porte principalement au niveau algorithmique afin de résoudre des problèmes plus contraignants et de taille encore plus grande.

Les résultats obtenus dans ce domaine et présentés dans la littérature, tant au niveau économique que scientifique, constituent une source de motivation valable pour

poursuivre la recherche afin de résoudre les problèmes des plus grandes compagnies, de perfectionner et d'améliorer la performance des modèles et méthodes de résolution utilisés. En effet, Ziarati *et al.* [44] ont résolu le problème tactique d'affectation de locomotives aux trains pour la compagnie CN North America. Les auteurs rapportent une réduction de 6% du nombre de locomotives utilisées et une réduction du même ordre de grandeur sur la consommation totale de puissance en chevaux-vapeur par rapport aux solutions manuelles produites par cette compagnie. Ces réductions sont énormes lorsqu'on constate qu'une diminution de 1% sur le nombre de locomotives correspond à l'épargne d'environ 4 millions de dollars par année pour la compagnie. Notons aussi que le gap d'intégrité obtenu est d'environ 5.5 %, ce qui laisse place à améliorations. Le problème stratégique portant sur les locomotives et wagons a été résolu par Cordeau *et al.* [18] pour la compagnie VIA Rail. Le potentiel d'économie dans ce cas de taille moyenne se chiffre autour d'un million de dollars par an.

Comme on peut le constater, les systèmes d'optimisation permettent d'engendrer des économies annuelles importantes. C'est pour ces raisons que nous proposons de s'attaquer à ce type de problème qui présente aussi des défis très intéressants à relever du point de vue scientifique. En effet, les approches de résolution qu'on verra dans la revue de littérature ne permettent pas de résoudre efficacement la variante du problème tactique d'affectation de locomotives aux trains étudiée dans cette thèse à cause de ses spécificités. Le problème devient plus contraignant car plusieurs types de maintenance vont être considérés en plus des pleins de carburant pour certains types de locomotives. La taille du problème sera plus grande (plusieurs milliers de trains à couvrir) mais aussi celle des réseaux car les repositionnements de locomotives non

accrochées à d'autres locomotives (appelés mises en position avec conducteur) seront permis en tout temps.

## CHAPITRE 2 : REVUE DE LA LITTÉRATURE

### 2.1 Introduction

On peut donner une description générale à l'intérieur de laquelle s'inscrivent plusieurs problèmes de planification en transport. Cette description générale est ainsi formulée : couvrir à moindre coût un ensemble de tâches, en utilisant un ensemble de ressources disponibles, éventuellement partitionnées en des types et, en choisissant dans un graphe des chemins respectant certaines contraintes opérationnelles. De nombreux articles (plusieurs centaines certainement) ont été publiés sur ce sujet au cours des trente dernières années. Ils spécifient un problème particulier, le modélisent et proposent une méthode de résolution. Un problème particulier est spécifié lorsqu'on précise, d'une part, ce que représente les ressources, les types de ressources, les tâches, les chemins et, d'autre part, sur quoi portent les contraintes opérationnelles. Les tâches représentent des trajets d'autobus dans le domaine du transport urbain, des vols d'avions dans celui aérien et des déplacements de trains dans celui ferroviaire. Dans les rotations d'équipage, les tâches représentent les activités exécutées par l'équipage entre les points où on peut remplacer le personnel. Les chemins représentent les itinéraires qu'il faut déterminer pour effectuer toutes les tâches.

Barnhart *et al.* [5] présentent dans un article synthèse des formulations en nombres entiers comportant un énorme nombre de variables. Les auteurs étudient l'application de la méthode de génération de colonnes à ces programmes et aussi à des modèles

pour lesquels la relaxation linéaire du problème maître fournit de bonnes bornes dans une procédure d'évaluation et de séparation progressive. Ils présentent aussi des stratégies de branchement. Un article synthèse de Desrosiers *et al.* [25] sur les problèmes d'élaboration d'itinéraires de véhicules et d'horaires d'équipes de travail fait état de développements obtenus par la méthode de génération de colonnes dans les domaines suivants : horaires de chauffeurs d'autobus en transport en commun, itinéraires des véhicules et horaires du personnel pour le transport adapté, rotations d'équipages en transport aérien. Desaulniers *et al.* [23] ont formulé un modèle général qu'on pourrait adapter pour modéliser plusieurs problèmes de planification dans divers domaines. Le modèle est non-linéaire, de type flot multi-commodités, en nombres entiers et avec des variables de ressources additionnelles. Cordeau *et al.* [17] et Bussieck *et al.* [11] ont présenté des revues de littérature détaillées sur l'utilisation des méthodes d'optimisation en transport ferroviaire. Nous, nous insistons sur les problèmes d'utilisation des locomotives tout en évoquant ce qui a été fait dans le contexte aérien et urbain. Ces problèmes peuvent être groupés en deux grandes catégories en fonction d'une prise en compte ou non des contraintes de maintenance. La revue de littérature qui suit sera présentée selon ces deux catégories.

## 2.2 Problème sans contraintes d'entretien

Dans la première catégorie de problèmes, les règles opérationnelles considérées n'incluent pas les contraintes d'entretien. Les modèles sont des modèles de base du fait que seules les contraintes de conservation de flot, de disponibilité des locomotives

et les restrictions sur le nombre de locomotives et les types qu'on peut affecter sur chaque train sont prises en considération.

On peut identifier trois sous-catégories de problèmes en fonction du nombre de locomotives et des types qu'on peut affecter sur chaque train. Dans la première sous-catégorie, les locomotives sont du même type et chaque train est tiré par une seule locomotive. Dans le domaine du transport urbain, ce problème est équivalent au problème d'horaires d'autobus avec un seul dépôt et un seul type d'autobus. Dans le domaine aérien, il est équivalent au problème d'affectation d'une flotte d'avions aux vols avec un seul type d'avion. Ces problèmes, modélisés comme des problèmes classiques de flot dans un réseau, se résolvent efficacement et rapidement.

Dans la deuxième sous-catégorie, les locomotives sont de différents types et chaque train est tiré par une seule locomotive. Dans le domaine aérien, le problème est équivalent au problème d'affectation d'une flotte hétérogène d'avions aux vols dont la version stratégique a été étudiée par Abara [1], Subramanian *et al.* [41], Hane *et al.* [32] et Desaulniers *et al.* [22]. Les modèles proposés sont soit du type partitionnement, soit du type multi-commodités. Ces derniers les résolvent par une procédure de séparation et évaluation progressive qui peut faire appel à la génération de colonnes pour calculer des bornes inférieures. Les solutions stratégiques obtenues peuvent rendre le problème tactique avec contraintes de maintenance non-réalisable, d'où la nécessité de prévoir des opportunités de maintenance au niveau stratégique.

Dans le domaine du transport urbain, le problème est équivalent au problème d'horaire d'autobus avec multiples dépôts. Ce dernier problème a été formulé comme un



problème de quasi-affectation avec contraintes additionnelles par Mesquita et Paixão [38]. Il a été aussi formulé comme un problème de flot multi-commodités par Carrararesi et Gallo [13] et Lamatsch [35]. Bertossi *et al.* [8] ont démontré que si le nombre de dépôts est supérieur à un, le problème est NP-difficile. Cependant, pour le cas particulier de minimisation du nombre d'autobus pour couvrir toutes les tâches, ils ont proposé un algorithme heuristique polynomial basé sur la relaxation lagrangienne. Par la suite, Dell'Amico *et al.* [12] ont proposé un algorithme polynomial pour ce cas particulier. Dans le cas général, ils ont proposé une heuristique qui produit des solutions avec le nombre minimum de véhicules. Carpaneto *et al.* [12] ont proposé une méthode exacte d'énumération et d'évaluation progressive basée sur la procédure d'addition de bornes de Fischetti et Toth [26]. Ribeiro et Soumis [39] ont formulé le problème comme un problème de flot multi-commodités dans un réseau. Ils présentent une méthode exacte de résolution basée sur la technique de génération de colonnes. Des résultats intéressants d'un point de vue des temps d'exécution ont été présentés. Ils montrent que leur formulation produit des sauts d'intégrité beaucoup plus petits que ceux des auteurs précédents. Forbes *et al.* [28] ont résolu, à l'optimalité, ce même type de modèle, par un algorithme de séparation et d'évaluation progressive. L'approche proposée par Löbel *et al.* [36] consiste à résoudre la relaxation linéaire de leur modèle de flot multi-commodités en utilisant la génération de colonnes sur les variables de flot sur les arcs. Ils se servent de sous-problèmes lagrangiens pour identifier les variables à générer. Dernièrement, Hadjar *et al.* [31] ont proposés une approche qui combine une procédure de séparation et évaluation progressive, une procédure permettant d'éliminer certaines variables, la génération de colonnes pour la

résolution de la relaxation linéaire et la génération de plans coupants pour améliorer la borne fournie par celle-ci.

Dans le domaine ferroviaire, cette version simplifiée du problème a été étudiée et résolue par Booler ([9] et [10]). Dans le premier article, il utilise une méthode heuristique de résolution qui fait appel à un modèle de programmation linéaire en nombres entiers présenté ci-dessous. Ce modèle s'appuie sur la notation suivante. Soit  $n$  le nombre de trains,  $m$  le nombre de types de locomotives,  $A^k$  l'ensemble des trains compatibles avec les locomotives de type  $k$ ,  $x_{ij}^k$  la variable binaire de décision qui est égale à 1 si une locomotive de type  $k$  tire le train  $j$  immédiatement après le train  $i$ ,  $y_{ki}$  la variable binaire de décision qui est égale à 1 si une locomotive de type  $k$  tire le train  $i$  et 0 sinon,  $c_{ij}^k$  le coût encouru lorsque  $x_{ij}^k = 1$ .

Le modèle mathématique est le suivant :

$$\min \sum_{k=1}^m \sum_{i \in A^k} \sum_{j \in A^k} c_{ij}^k x_{ij}^k, \quad (2.1)$$

$$\text{sujet à : } \sum_{j \in A^k} x_{ij}^k - y_{ki} = 0 \quad \forall i \in A^k, k = 1, \dots, m, \quad (2.2)$$

$$\sum_{i \in A^k} x_{ij}^k - y_{kj} = 0 \quad \forall j \in A^k, k = 1, \dots, m, \quad (2.3)$$

$$\sum_{k=1}^m y_{ki} = 1 \quad \forall i \in A^k, \quad (2.4)$$

$$x_{ij}^k, y_{ki} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in A^k, k = 1, \dots, m. \quad (2.5)$$

En fixant les valeurs des variables  $y_{ki}$  de façon à satisfaire les contraintes (2.4) et (2.5), ce modèle est composé de  $m$  problèmes d'affectation (2.1)-(2.3) et (2.5) assurant qu'à chaque train soit affecté un suivant et un précédent tirés par une même locomotive.

Ces problèmes d'affectation sont faciles à résoudre et sont reliés par  $n$  contraintes (2.4) assurant qu'à chaque train soit affecté exactement une locomotive. Dans le modèle, les affectations non-réalisables sont pénalisées par des coûts très grands (par exemple, les coûts  $c_{ii}^k$ ,  $i \in A^k$ ,  $k = 1, \dots, m$ ).

Dans son deuxième article [10], Booler utilise une méthode exacte pour résoudre le premier modèle légèrement modifié en intégrant dans le modèle, une restriction sur le nombre de locomotives disponibles pouvant être affectées sur chaque train. Il utilise un algorithme de séparation et d'évaluation progressive pour résoudre le programme en nombres entiers où les bornes inférieures aux noeuds de l'arbre sont obtenues en résolvant la relaxation linéaire par une méthode de relaxation lagrangienne. Les problèmes résolus par Booler sont de petite taille (20 trains répartis en 3 types).

En 1989, Wright [43] est le premier à trouver une solution raisonnable pour les problèmes de taille moyenne (entre 100 et 500 trains). Il propose une série d'algorithmes pour résoudre le modèle de Booler [9]. Certains algorithmes sont basés sur la résolution d'un problème de flot en relaxant les différents types de locomotives à un seul type. Par la suite, il faut trouver la meilleure affectation de types de locomotives aux trains avec les heuristiques proposées. D'autres algorithmes choisissent une solution initiale réalisable puis résolvent les  $m$  problèmes d'affectation. Ensuite, ils améliorent la solution de façon itérative. Pour tous les algorithmes, la résolution du problème d'affectation est basée sur la méthode hongroise de Kuhn [34]. La méthode ne tient pas compte du nombre de locomotives disponibles de chaque type.

Forbes *et al.* [27] proposent une méthode de résolution exacte pour cette même version

du problème. Son modèle, noté LSP (locomotive scheduling problem) est équivalent au premier modèle de Booler [9]. Il est obtenu à partir de ce dernier en effectuant le changement de variables suivant :

$$y_{ki} = \sum_{j \in A^k} x_{ij}^k \quad \forall i \in A_k, k = 1, \dots, m,$$

et en soustrayant (2.2) de (2.3). Les affectations non-réalisables sont aussi pénalisées par des coûts élevés.

La technique de résolution utilisée relaxe les contraintes d'intégrité et résout le programme linéaire. Ensuite, elle applique un algorithme de séparation et d'évaluation progressive pour résoudre le programme en nombres entiers. Pour résoudre la relaxation linéaire, les contraintes de compatibilité entre les trains et les types de locomotives sont omises, ce qui donne le problème d'affectation ci-dessous qui est facile à résoudre.

$$(AP) \quad \min \sum_{i \in A^k} \sum_{j \in A^k} e_{ij} z_{ij}, \quad (2.6)$$

$$\text{sujet à :} \quad \sum_{j \in A^k} z_{ij} = 1 \quad \forall i \in A^k, \quad (2.7)$$

$$\sum_{i \in A^k} z_{ij} = 1 \quad \forall j \in A^k, \quad (2.8)$$

$$z_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j \in A^k, \quad (2.9)$$

où  $e_{ij} = \min_k c_{ij}^k$  et  $z_{ij} = 1$  si le train  $j$  suit le train  $i$ . La solution de AP peut être convertie en une solution duale réalisable de LSP en posant :  $x_{ij}^k = 1$  si et seulement si  $z_{ij} = 1$  et  $k$  est le plus petit  $\tau$  tel que  $c_{ij}^\tau = e_{ij}$ . A partir de cette solution duale réalisable, la méthode du simplexe duale est appliquée pour résoudre la relaxation linéaire de LSP. L'étape finale de la procédure de résolution est une

étape de séparation et d'évaluation progressive dont la stratégie de branchement fonctionne dans l'ordre suivant :

- Si le nombre total de locomotives n'est pas entier, alors on branche suivant ce nombre.
- Si le nombre de locomotives par type n'est pas entier, alors on branche sur le nombre de locomotives de ce type. Dans le cas où plus d'un de ces nombres ne sont pas entiers, alors on fait un choix aléatoire.
- S'il y a un train  $i$  qui n'a pas un unique successeur, alors on branche sur un successeur  $j$  de  $i$ . Le train  $j$  retenu est tel que  $x_{ij}^k$  est non nul et  $e_{ij}$  est très grand et on branche sur  $j$ .
- S'il existe un train  $i$  et un type  $k$  tels que  $0 < \sum_j x_{ij}^k < 1$ , alors on force le train  $i$  à utiliser une locomotive de type  $k$ .

Forbes *et al.* [27] ont résolu à l'optimum des problèmes allant jusqu'à 200 trains et 5 types de locomotives.

Dans la troisième sous-catégorie de problèmes, plusieurs locomotives, choisies parmi différents types, peuvent être affectées sur chaque train. Cette version du problème nous permet de comprendre la différence de structure entre les problèmes du secteur ferroviaire et aérien. Plusieurs locomotives actives ou non peuvent être affectées sur un segment de train, alors qu'un seul avion est affecté à un vol. Au choix de types adéquats pour les segments de trains, s'ajoute celui des convois de locomotives à y affecter, ce qui complexifie le problème en plus du fait que les demandes sont parfois exprimées en puissance. Florian *et al.* [29] sont parmi les premiers à s'y intéresser. En 1976, ils modélisent le problème comme celui de flot multi-commodités dans un

réseau. Chaque type de locomotive représente une commodité. Un réseau espace-temps, noté  $G^k$ , est associé à chaque commodité  $k$  dont le noeud source est noté  $o(k)$  et le noeud puits est noté  $d(k)$ .

La formulation du problème fait appel à la notation suivante :

- $K$  : l'ensemble des commodités.
- $G^k = (V^k, W^k)$  : le réseau associé à la commodité  $k \in K$  ;  $W^k = E^k \cup A^k \cup I^k \cup J^k$ , où  $E^k, A^k, I^k$  et  $J^k$  sont, respectivement, les ensembles des arcs de train, d'attente ou de mise en position, d'entrée et de sortie.  $V^k$  est l'ensemble des noeuds du réseau, et  $N^k = V^k \setminus \{o(k), d(k)\}$ .
- $X_{ij}^k$  : la variable entière de flot indiquant le nombre de locomotives actives de type  $k$  qui couvrent l'arc  $(i, j)$ .
- $F_{ij}^k$  : la variable entière de flot indiquant le nombre total de locomotives de type  $k$  passant sur l'arc  $(i, j)$ .
- $d_{ij}^k$  : le coût d'utilisation en mise en position sans conducteur d'une locomotive de type  $k$  sur l'arc  $(i, j)$ .
- $c_{ij}^k$  : le coût additionnel par rapport à  $d_{ij}^k$  si la locomotive de type  $k$  est active sur l'arc  $(i, j)$ .
- $p^k$  : la puissance opérationnelle d'une locomotive de type  $k$ .
- $p_{ij}$  : la puissance nécessaire pour tirer le train représenté par l'arc  $(i, j)$ .

Le modèle mathématique est le suivant :

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in E^k} (c_{ij}^k X_{ij}^k + d_{ij}^k F_{ij}^k), \quad (2.10)$$

$$\text{sujet à : } \sum_{k \in K} p^k X_{ij}^k \geq p_{ij} \quad \forall (i,j) \in E^k, \quad (2.11)$$

$$X_{ij}^k \geq 0 \text{ et entiers} \quad \forall k \in K, \forall (i,j) \in W^k. \quad (2.12)$$

$$\sum_{j:(i,j) \in W^k} F_{ij}^k - \sum_{j:(j,i) \in W^k} F_{ji}^k = 0 \quad \forall k \in K, \forall i \in N^k, \quad (2.13)$$

$$F_{ij}^k \geq X_{ij}^k \quad \forall k \in K, \forall (i,j) \in E^k, \quad (2.14)$$

$$F_{ij}^k \geq 0 \text{ et entiers} \quad \forall k \in K, \forall (i,j) \in W^k. \quad (2.15)$$

La fonction objectif (2.10) minimise le coût total des opérations. Les contraintes (2.11) représentent le recouvrement des demandes des trains exprimées en terme de puissance. La conservation de flot est modélisée par les contraintes (2.13) pour chaque noeud et chaque commodité. Les contraintes (2.14) permet d'assurer la fourniture de la puissance nécessaire au train représenté par l'arc  $(i,j)$  avant d'accrocher des locomotives en mise en position sur ce train. Enfin, les contraintes (2.12) et (2.15) imposent l'intégrité et la non-négativité des variables.

La méthode de résolution est basée sur la méthode de décomposition de Benders [7]. Le problème maître inclut la première moitié des termes de la fonction objectif et les contraintes (2.11) de recouvrement des trains et celles d'intégrités (2.12). Le sous-problème comporte la deuxième moitié des termes la fonction objectif et les contraintes (2.12)-(2.15). À cette époque, la grande difficulté dans l'application de cette méthode était de résoudre un problème en nombres entiers à chaque itération. D'autre part, cet algorithme ne convergeait pas rapidement et même pour les

problèmes de petite taille, il fallait faire beaucoup d'itérations avant d'obtenir une solution acceptable. Les auteurs ont finalement amélioré cette méthode en résolvant le problème maître à l'aide d'une décomposition de Dantzig-Wolfe.

Le problème de planification stratégique de locomotives a été traité par Ahuja *et al.* [2] sur un horizon d'une semaine. Leur version du problème cherche à minimiser les coûts opérationnels totaux relatifs aux mises en position avec ou sans conducteur et les trains selon le type du convoi de locomotives. En plus, ils minimisent les réarrangements d'assemblage de locomotives aux points de changement de puissance. Leur approche en deux temps détermine tout d'abord les connexions possibles entre les segments de train d'une même journée, puis utilise ces solutions journalières pour bâtir une solution hebdomadaire. À chaque étape, ils utilisent le logiciel CPLEX pour résoudre un problème d'optimisation à variables mixtes et essayent d'améliorer la solution entière obtenue en explorant à grande échelle son voisinage. Cette approche leur a permis d'améliorer fortement les solutions manuelles obtenues par CSX Transportation Inc. pour des problèmes industrielles utilisant 3 316 locomotives de cinq types différents et comportant 3 324 trains.

Dans un article plus récent, Lübbecke et Zimmermann [37] traitent du problème de planification d'horaire de locomotives à l'interne d'un site industriel. Le problème de collecte-livraison consiste à déterminer des routes de locomotives pour couvrir à moindre coût les déplacements de wagons prévus sur un court horizon. Les auteurs utilisent un modèle de type partitionnement et le résolvent par une technique de génération de colonnes imbriquée dans une procédure de séparation et d'évaluation.



## 2.3 Problème avec contraintes d’entretien

Dans la deuxième catégorie de problèmes, les règles opérationnelles intègrent des possibilités de maintenance. Dans la version où les trains sont tirés par une seule locomotive qui peut être choisie parmi différents types, le problème ressemble à celui de la construction des rotations d’équipages où les contraintes d’entretien peuvent être assimilées aux contraintes de repos exigées dans les conventions collectives. La majeure partie des articles traitent le problème au niveau de la planification tactique. Pour modéliser facilement ces contraintes complicantes, on a recours le plus souvent à l’approche de génération de colonnes, dans laquelle les sous-problèmes génèrent dynamiquement des itinéraires réalisables pour ces contraintes et le problème maître s’assure du recouvrement des tâches. Ce processus est imbriqué dans une méthode de séparation et d’évaluation progressive pour obtenir une solution optimale.

Dans le domaine aérien, nous retrouvons des travaux dans Clarke *et al.* [15] et [16], Gopalan et Talluri [30], Talluri [42], Ball *et al.* [3], Barnhart *et al.* citebarn, etc. Dans Clarke *et al.* [15], on enrichit le modèle stratégique de Hane *et al.* [32] en lui ajoutant des contraintes supplémentaires de façon à prévoir des opportunités d’entretien. Mais ces dernières peuvent ne pas être uniformément distribuées sur l’ensemble des avions. Un avion peut avoir plus d’opportunités de maintenance que nécessaire tandis que d’autres n’en ont pas.

Dans Barnhart *et al.* [4], on présente un modèle permettant de résoudre simultanément le problème d’affectation des avions et de construction des itinéraires. Ils

utilisent une technique de génération de colonnes pour construire des itinéraires satisfaisant, entre autres, les contraintes d'entretien, et permettant de recouvrir l'ensemble des vols. Ils ont résolu des problèmes allant jusqu'à 1124 vols par semaine, 9 types d'avions et 40 stations.

Dans le domaine ferroviaire, Fischetti *et al.* [26] proposent une méthode heuristique pour résoudre cette version du problème sur un horizon de planification d'une semaine. Le modèle de ces derniers est du type multiflot. La contrainte de maintenance est imposée par un retour des locomotives aux dépôts à toutes les fins de semaine. C'est un modèle avec dépôts multiples qui minimise le nombre de locomotives utilisées, le nombre de mises en position et la distance totale parcourue en mise en position sans conducteur. Ils obtiennent un problème d'affectation et de bonnes bornes inférieures aux noeuds de l'arbre de branchement en relaxant les contraintes d'entretien. Ils ont résolu un problème de 10 000 trains en moins d'une heure.

Chih *et al.* [14] ont présenté un modèle basé sur un réseau de type espace-temps représentant tous les mouvements de locomotives durant l'horizon d'une semaine. Leur modèle cherche à minimiser la différence entre les revenus et les coûts opérationnels totaux. Une première solution approchée est trouvée en résolvant un problème de flot sur un réseau multi-commodités. Les locomotives qui doivent être conduites à un atelier d'entretien sont routées individuellement en résolvant un problème de plus court chemin avec contraintes de puissance. Étant donné la solution du problème de flot et la demande résiduel des trains, des convois de locomotives sont finalement constitués pour chaque train par une procédure d'énumération exhaustive. Leur ap-

proche a été testé sur des données réelles comportant 15 types de locomotives et une solution a été obtenue en 30 minutes de temps de calcul.

La version complète où les trains peuvent être tirés par plusieurs locomotives choisies parmi différents types a été étudiée par Ziarati *et al.* [44]. Ils ont étendu le modèle de Florian *et al.* [29] pour y intégrer les contraintes de maintenance, la demande en nombre de locomotives des trains et celle des postes locaux. Dans le modèle, les locomotives devant aller en entretien dans la semaine, dites locomotives critiques, sont considérées individuellement, ce qui fait que le problème se situe au niveau tactique dans la structure décisionnelle en transport ferrovaire. Des variables de ressources sont ajoutées pour modéliser les contraintes d'entretien. Le modèle de Ziarati *et al.* [44] s'inscrit dans le cadre du modèle général introduit par Desaulniers *et al.* [23] pour analyser une grande classe de problèmes déterministes de tournées de véhicule et d'horaires d'équipage.

La figure 2.1 sans les arcs d'entretien illustre le réseau espace-temps associé à chaque type de locomotives. Un réseau similaire avec un seul arc d'entrée est associé à chaque locomotive critique (nécessite un entretien durant la semaine). Un seul type d'entretien est considéré. Toute locomotive critique doit être de retour à un atelier précis à un jour fixé d'avance. L'entretien est effectué le jour et dure une journée complète. Donc le réseau d'une locomotive critique ne compte que sept arcs d'entretien par atelier d'entretien.

Considérons les notations suivantes en plus de celles utilisées lors de la présentation du modèle de Florian *et al.*

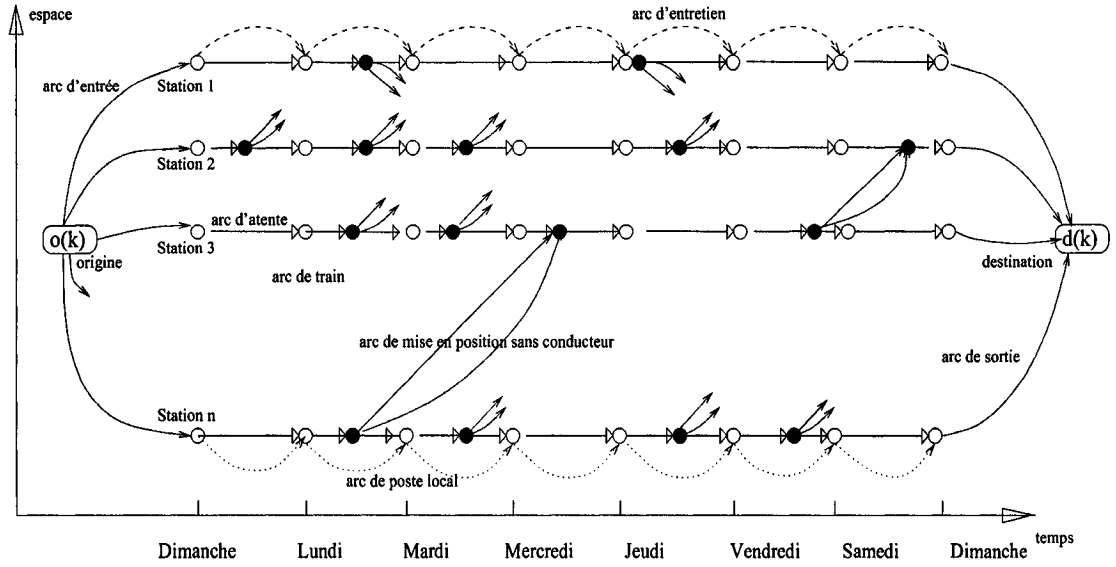


Figure 2.1 – Réseau espace-temps d'une commodité.

- $O$  : l'ensemble des postes locaux.
- $D$  : l'ensemble des jours de la semaine.
- $M$  : l'ensemble des ateliers.
- $H$  : l'ensemble des points de changement de puissance.
- $K^c$  : l'ensemble des locomotives critiques ( $K^c \subseteq K$ ).
- $O_{od}^k$  : l'ensemble des arcs de tâche locale du réseau  $k$  entrant au poste local  $o \in O$  au jour  $d \in D$ .
- $M_{md}^k$  : l'ensemble des arcs d'atelier du réseau  $k$  entrant à l'atelier  $m \in M$  au jour  $d \in D$ .
- $W^k$  devient :  $W^k \cup (\cup_{m \in M, d \in D} M_{md}^k) \cup (\cup_{o \in O, d \in D} O_{od}^k)$ .
- $T_i^k$  : variable de temps au noeud  $i$  sur un chemin de type  $k$ .
- $n_{ij}$  : le nombre minimum de locomotives nécessaires pour couvrir le train représenté par l'arc  $(i, j) \in E^k$ .

- $n_m^d$  : la capacité de l'atelier  $m$ .
- $n_o^d$  : la demande au poste local  $o$  au jour  $d$ .
- $n^k$  : le nombre de locomotives de type  $k$  disponibles au noeud source au début de la semaine.
- $q^k$  : le poids opérationnel d'une locomotive de type  $k$ .
- $q_{ij}$  : le tonnage nécessaire pour tirer le train représenté par l'arc  $(i, j)$ .

Pour avoir le modèle mathématique de Ziarati *et al.* [44], on ajoute, à celui de Florian *et al.* [29], les contraintes suivantes :

$$\sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in E^k} X_{ij}^k \geq n_{ij} \quad \forall (i, j) \in E^k, \quad (2.16)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in O_{od}^k} F_{ij}^k \geq n_o^d \quad \forall o \in O, \forall d \in D, \quad (2.17)$$

$$\sum_{k \in K} q^k X_{ij}^k \geq q_{ij} \quad \forall (i, j) \in E^k, \quad (2.18)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in M_{md}^k} F_{ij}^k \leq n_m^d \quad \forall m \in M, \forall d \in D, \quad (2.19)$$

$$\sum_{j: (o(k), j) \in I^k} F_{o(k), j}^k = n^k \quad \forall k \in K, \quad (2.20)$$

$$\sum_{j: (j, d(k)) \in J^k} F_{j, d(k)}^k = n^k \quad \forall k \in K, \quad (2.21)$$

$$F_{ij}^k (T_i^k + t_{ij}^k - T_j^k) \leq 0 \quad \forall k \in K^c, \quad \forall (i, j) \in W^k, \quad (2.22)$$

$$a_i^k \leq T_i^k \leq b_i^k \quad \forall k \in K^c, \quad \forall i \in V^k. \quad (2.23)$$

Les contraintes (2.16)-(2.17) représentent, respectivement, le recouvrement la demande des trains et des postes locaux exprimée en nombre minimum de locomotives. Tandis que, la satisfaction de la demande des trains exprimée en terme de tonnage est représentée par (2.18). Les contraintes (2.19) expriment celles de capacité des ateliers. Les contraintes (2.20)-(2.21) représentent le besoin de transférer  $n^k$  locomotives

de noeud origine  $o(k)$  au noeud destination  $d(k)$  pour chaque  $k \in K$ . Notons que  $n^k = 1$  pour  $k \in K^c$ . Si une locomotive de type  $k$  n'est pas utilisée, elle emprunte l'arc  $(o(k), d(k))$ . Les contraintes (2.22)-(2.23) sont les contraintes de ressource spécifiques aux locomotives critiques. La valeur de la variable de ressource représentée par  $T_i^k$ , donne le temps d'opération accumulé par une locomotive critique  $k \in K^c$  jusqu'au noeud  $i$  à partir de son noeud initial au début de la semaine. Le temps de voyage du noeud  $i$  au noeud  $j$  pour la locomotive  $k \in K^c$  est représenté par  $t_{ij}^k$ . Les contraintes non-linéaires (2.22) assurent la compatibilité entre les variables de flot et les variables de ressource.

Vu la grande taille des problèmes en pratique (2000 trains), Ziarati *et al.* [44] ont utilisé une heuristique de décomposition temporelle en tranche de temps avec chevauchement. Pour chaque tranche de temps, ils obtiennent des problèmes de petite taille (500 trains) qui sont résolus en utilisant la méthode de décomposition de Dantzig-Wolfe [21]. Ils utilisent l'algorithme de génération de colonnes pour résoudre le problème maître relaxé et une stratégie heuristique de branchement pour résoudre le programme en nombres entiers. On fixe la variable de chemin qui a la plus grande partie fractionnaire. Les sous-problèmes issus de la décomposition de Dantzig-Wolfe sont des problèmes de plus court chemin avec fenêtres de temps pour les locomotives critiques et sans fenêtres de temps pour les autres. Avec cette approche, les auteurs ont résolu une instance du problème comportant 2000 trains, 1300 locomotives de 25 types différents. Le temps de résolution s'élevait à 3,25 heures sur une machine HP9000/735.

Dans un article subséquent, Ziarati *et al.* [45] ont introduit des coupes basées sur l'énumération d'affectations réalisables de convois de locomotives aux trains. Cette énumération devient possible pour un train si peu de types de locomotives peuvent être affectés à ce train. Les auteurs proposent donc de brancher d'abord sur les types de locomotives pouvant être affectés aux trains de façon à réduire le nombre de types possibles par train pour ensuite appliquer les coupes sur les convois réalisables.

Dans un article plus récent, Rouillon *et al.* [40] intègrent à l'approche de Ziarati *et al.* [44] des alternatives à la stratégie de branchement. Les auteurs proposent différentes méthodes de séparation imposant plusieurs décisions de séparation à chaque noeud de l'arbre d'exploration. Contrairement à la stratégie proposée par Ziarati *et al.*, un retour en arrière est permis. Pour mieux guider la sélection du prochain noeud à explorer lors du retour en arrière, les auteurs utilisent un estimé de la valeur de la meilleure solution entière pouvant être obtenue à partir d'un noeud. Les auteurs rapportent avoir amélioré le gap d'optimalité de 40% par rapport à Ziarati *et al.* Par contre, les temps de résolution ont augmenté mais sont restés dans la limite du raisonnable.

Toujours pour cette version complète du problème où les trains peuvent être tirés par plusieurs locomotives choisies parmi différents types, Cordeau *et al.* [18] ont développé un modèle du problème stratégique d'affectation des locomotives et des wagons aux trains, spécifique à la compagnie canadienne Via Rail. Ce problème est de taille moyenne (350 trains par semaine) et ne dispose que d'un seul atelier. Les auteurs supposent que le type de convois de locomotives et wagons est fixé. Le modèle est

du type flot multi-commodités avec contraintes additionnelles. Les contraintes de maintenance sont introduites en partitionnant l'ensemble des locomotives et wagons d'un type donné en des commodités caractérisées par leur jour de départ de l'atelier de maintenance. Par conséquent, le réseau relatif à un type de locomotive ou de wagon est dupliqué autant de fois qu'il y a de jours. Le réseau est celui illustré à la figure 2.1 dans lequel ils ont introduit :

- Des arcs de séquence de trains pour éviter la recomposition des convois de locomotives et wagons si ces trains doivent être couverts par le même convoi de locomotives.
- D'autres types de noeuds et d'arcs pour tenir en compte des temps de connexion, des changements de direction, des possibilités de stationnement, etc.

Cordeau *et al.* [18] résolvent le problème de Via Rail en utilisant la décomposition de Dantzig-Wolfe [21]. Ils utilisent l'algorithme de génération de colonnes pour résoudre le problème maître. Les sous-problèmes issus de la décomposition de Dantzig-Wolfe sont des problèmes de plus court chemin. Une stratégie heuristique de branchement est utilisée pour résoudre le programme en nombres entiers. Elle consiste à une recherche heuristique en profondeur. Pour accélérer la résolution du problème maître, les contraintes sur la capacité de traction des locomotives sont relaxées et introduites dynamiquement en cas de violation.

Dans deux articles subséquents [19] et [20], Cordeau *et al.* utilisent la méthode de décomposition de Benders [7] pour résoudre ce problème. Le problème maître choisit le type de convois de locomotives à affecter aux séquences de trains. Les sous-problèmes déterminent les routes des locomotives et wagons. Le tout est imbriqué dans un algo-



rithme de séparation et d'évaluation progressive afin d'obtenir l'intégrité des variables de flot. Les sous-problèmes issus de cette décomposition de Benders peuvent être résolus par l'algorithme du simplexe ou par la décomposition de Dantzig-Wolfe [21]. Les auteurs n'ont pas comparé cette méthode avec celle utilisée dans leur premier article car le premier article prenait en compte plus de contraintes opérationnelles.

## 2.4 Contributions

Afin de mieux situer notre contribution par rapport à la littérature, nous présentons d'abord au tableau 2.1 une synthèse des variantes du problème d'affectation de locomotives étudiées dans la revue de littérature. Au niveau application, notre contribution sera de modéliser et de résoudre une variante du problème d'affectation de locomotives aux trains qui a des particularités différentes de celles abordées dans la littérature. En effet, notre problème se situe dans le contexte du transport de passagers et au niveau de la planification tactique. Toutes les locomotives ont des conditions initiales distinctes. Un seul type de locomotive y est considéré. Par contre, plusieurs ateliers et types d'entretien sont considérés. Les contraintes d'entretien sont exprimées en terme de distances minimale et maximale entre deux entretiens consécutifs de même type. On ne connaît pas a priori ni la date ni l'atelier où chaque locomotive doit subir un entretien. Une locomotive peut se rendre en entretien en tout temps sauf la fin de semaine. La durée d'un entretien dépend de son type. En plus des entretiens, on a les pleins de carburant qui sont plus fréquents que les entretiens et qui durent moins longtemps. Une distance maximale est imposée entre

deux pleins consécutifs. Les mises en position avec conducteur sont permises en tout temps. L'objectif consiste à minimiser d'abord le nombre de locomotives utilisées puis le coût opérationnel total et, en dernier, à effectuer les entretiens le plus tôt possible.

Tableau 2.1 – Variantes du problème d'affectation de locomotives dans la littérature.

| Auteurs                 | Florian<br><i>et al.</i><br>(1976) | Forbes<br><i>et al.</i><br>(1991) | Fischetti<br><i>et al.</i><br>(1997)   | Ziarati<br><i>et al.</i><br>(1997)     | Cordeau<br><i>et al.</i><br>(1998)       |
|-------------------------|------------------------------------|-----------------------------------|--|--|--|
| Locomotives par train   | Plusieurs                          | Un                                | Un                                     | Plusieurs                              | Plusieurs                                |
| Type de locomotives     | Plusieurs                          | Plusieurs                         | Un                                     | Plusieurs                              | Plusieurs                                |
| Niveau de planification | Tactique                           | Tactique                          | Tactique                               | Tactique                               | Stratégique                              |
| Type de maintenance     |                                    |                                   | Un                                     | Un                                     | Un                                       |
| Date de maintenance     |                                    |                                   | Fin de se-<br>maine                    | Connue<br>d'avance                     | Au trois<br>jours                        |
| Durée de maintenance    |                                    |                                   | Fin de se-<br>maine                    | Un jour                                | Une nuit                                 |
| Atelier de maintenance  |                                    |                                   | Plusieurs                              | Plusieurs                              | Un                                       |
| Mise en position        | sans<br>conduc-<br>teur            | avec<br>conduc-<br>teur           | sans<br>conduc-<br>teur                | sans<br>conduc-<br>teur                | sans<br>conduc-<br>teur                  |
| Nombre de trains        | 216                                | 200                               | 10 000                                 | 2 000                                  | 350                                      |
| Autres contraintes      | Puissance                          | Nombre<br>locomo-<br>tives        | Nombre<br>locomo-<br>tives             | Nombre,<br>puis-<br>sance,<br>tonnage  | Nombre,<br>capacité,<br>périodi-<br>cité |
| Fonction objectif (Min) | Coûts                              | Coûts                             | Coûts et<br>nombre<br>locomo-<br>tives | Coûts et<br>nombre<br>locomo-<br>tives | Coûts et<br>nombre<br>locomo-<br>tives   |

Au niveau méthodologique, vu la grande taille du problème (ex. 20000 trains sur une semaine), nous proposons différentes décomposition heuristiques du problème et des modèles différents mais adéquats pour résoudre chaque composante. Par la suite, nous proposons une méthode de gestion des mises en position avec conducteur afin

de réduire considérablement les temps de résolution sans détériorer la qualité des solutions. Nous utilisons finalement la décomposition de Dantzig-Wolfe pour traiter les contraintes de carburant.

## CHAPITRE 3 : MODÈLE, APPROCHE DE RÉSOLUTION ET AMÉLIORATIONS

### 3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons un modèle et une approche heuristique de résolution du problème d'affectation de locomotives aux trains. Notons que les locomotives à affecter dans ce chapitre sont électriques donc, il n'y a pas lieu de considérer les stations et les contraintes de carburant spécifiées dans la définition du problème présentée au chapitre 2. Le modèle que nous proposons est de type flot multi-commodités à raison d'une locomotive par commodité. En effet, les locomotives se distinguent non par leurs types mais plutôt par leurs conditions initiales. L'itinéraire qu'on va attribuer à chaque locomotive dépend de ses conditions initiales. Les contraintes de capacité des ateliers d'entretien sont prises en compte dans l'approche de résolution.

Vu la grande taille des instances qu'on veut résoudre, nous proposons une approche de résolution qui construit les itinéraires des locomotives à l'aide d'une décomposition temporelle de l'horizon. On tire profit de cette décomposition en proposant un modèle en nombres entiers permettant de répartir les entretiens sur un horizon plus grand et d'identifier les locomotives critiques pour chaque tranche de temps courante plutôt que pour tout l'horizon. Cette séparation du problème en locomotives critiques et non-critiques permet de choisir des modèles adaptés à chaque composante. Dans le but de réduire les temps de résolution sans trop détériorer la qualité des solu-

tions, nous proposons de router séquentiellement les locomotives critiques puis, celles non-critiques dans un réseau agrégé. Afin d'améliorer la qualité des solutions, des méthodes sont proposées en fin de chapitre pour corriger l'aspect glouton du routage séquentiel des locomotives critiques et mieux les guider dans leur routage en utilisant l'information duale de la relaxation linéaire du problème sans contraintes d'entretien.

Notons que l'approche que nous proposons dans ce chapitre s'applique aux cas où le problème n'intègre pas de contraintes d'entretien à court terme, comme par exemple, les contraintes de carburant. Celles-ci sont des contraintes qui feraient en sorte qu'à chaque tranche de temps, une grande proportion des locomotives seraient critiques. Une autre approche est proposée au chapitre 5 pour les problèmes avec contraintes de carburant où chaque locomotive peut faire le plein plus d'une fois par jour.

## 3.2 Modèle

Dans cette section, nous adaptons à notre problème le modèle unifié de type flot multi-commodités avec des contraintes et variables supplémentaires de ressources proposé par Desaulniers *et al.* [23] pour les problèmes de tournées et d'horaires. Les locomotives sont considérées spécifiquement (au moins celles qui sont critiques) afin de garantir des fréquences d'entretien conformes aux contraintes de maintenance étant donné qu'elles dépendent des conditions initiales des locomotives. Un réseau de type espace-temps que nous décrivons dans la section suivante est associé à chaque locomotive.

### 3.2.1 Description du réseau

Un réseau espace-temps similaire à celui de Ziarati *et al.* [44] est construit pour chaque locomotive (voir figure 3.1). L'axe horizontal représente le temps alors que l'axe vertical correspond aux stations. Les noeuds représentent les stations à différents points dans le temps où débutent ou se terminent des trains, des mises en position, des entretiens ou de l'attente. Les arcs représentent ces activités. Profitons de la description du réseau pour introduire quelques notations et hypothèses utiles pour la suite. Notons par  $L$  l'ensemble des locomotives disponibles,  $S$  l'ensemble des stations et  $W$  l'ensemble des trains prévus dans un intervalle de temps  $[0, T]$  appelé horizon de planification et noté  $H$ . À chaque locomotive  $l \in L$ , on associe un réseau  $G^l$ . Ce réseau contient un ensemble de noeuds qui est en bijection avec l'ensemble des événements, soient les départs et les arrivées des trains ou des mises en position avec ou sans conducteur. À chacun de ces noeuds, on associe la station et l'heure de départ ou d'arrivée du train ou de la mise en position correspondante. On suppose que tous les noeuds associés à une même station sont triés par ordre chronologique. Le réseau contient aussi un noeud origine, noté  $o^l$ , et un noeud destination, noté  $d$ , qui n'appartiennent à aucune station. Le noeud destination est commun à toutes les locomotives. Les noeuds représentant l'arrivée d'un train ou d'une mise en position à un atelier d'entretien sont clonés pour des raisons qu'on expliquera plus tard. Les noeuds clones sont appelés noeud d'entretien car ils représentent des débuts d'entretien éventuel pour les locomotives. Les noeuds d'entretien n'appartiennent à aucune station.

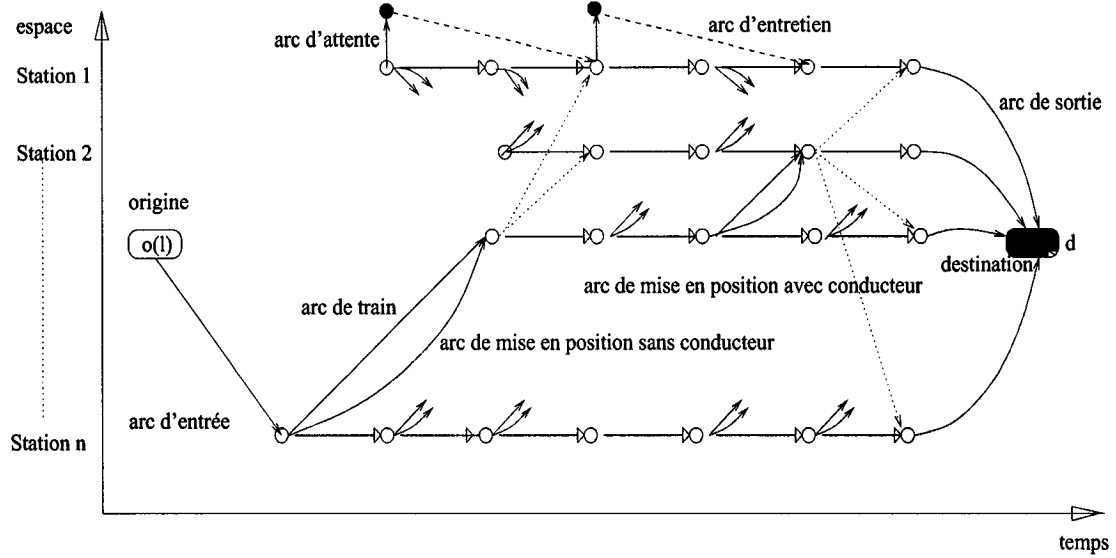


Figure 3.1 – Réseau initial  $G^l$  associé à une locomotive  $l \in L$ .

Enfin, les autres noeuds du réseau correspondent aux événements de fin d'entretien. En somme, le réseau comporte quatre types de noeuds à savoir noeud origine, noeud destination, noeud d'entretien et noeud de station (appartenant à une station donnée). Notons par  $V^l$  l'ensemble des noeuds du réseau de la locomotive  $l \in L$ . Le réseau contient un arc d'entrée reliant le noeud origine  $o^l$  au noeud représentant la position initiale de la locomotive  $l$ . Il contient aussi des arcs de sortie reliant le noeud final de chacune des stations au noeud destination  $d$ . Notons par  $I^l$  l'ensemble des arcs d'entrée et  $O^l$  l'ensemble des arcs de sortie. Le réseau contient aussi un ensemble  $W^l$  d'arcs de train. Ce dernier est en bijection avec le sous-ensemble de trains susceptibles d'être couverts par la locomotive  $l$ . Un arc de train relie le noeud représentant le départ du train correspondant à celui représentant son arrivée. On associe à chaque arc de train un arc de mise en position sans conducteur. C'est un arc qui a les mêmes noeuds, origine et destination, que l'arc de train correspondant

mais son coût est moindre. Notons par  $N^l$  l'ensemble de ces arcs. Un ensemble d'arcs, noté  $M^l$ , de mise en position avec conducteur est aussi contenu dans le réseau. Ces arcs relient les noeuds représentant l'arrivée de chaque train à une station à tous les autres noeuds représentant l'arrivée de la mise en position avec conducteur. Notons que l'heure d'arrivée d'un arc de train ou de mise en position est égale à la somme de l'heure de départ, le temps de déplacement et le temps minimum de connexion de la station d'arrivée.

Soient  $E$  l'ensemble des types d'entretien et  $E_e$  l'ensemble des types d'entretien qui contiennent l'entretien de type  $e \in E$ . À chaque atelier où une locomotive  $l \in L$  peut effectuer un entretien de type  $e$ , on ajoute un ensemble d'arcs, noté  $U^{le}$ , dits arcs d'entretien de type  $e$  qui relient les noeuds d'entretien aux noeuds représentant la fin de l'entretien à ce même atelier. Notons par  $V^{le}$  l'ensemble des noeuds d'entretien. Des arcs d'attente relient les noeuds du réseau à leurs clones s'ils existent, ainsi que les noeuds des stations à leurs suivants immédiats. Notons par  $Z^l$  l'ensemble des arcs d'attente et par  $U^l$  l'ensemble des arcs du réseau.

Le réseau comporte donc les sept types d'arcs suivants : arc de train, d'attente, de mise en position avec ou sans conducteur, d'entrée, de sortie et d'entretien. Ils sont représentés sur la figure 3.1, respectivement, par un arc diagonal en continu, horizontal ou vertical en continu, courbé en continu, en pointillés, débutant au noeud origine, finissant au noeud destination et en tirets. Le coût de l'arc  $(i, j)$  est noté  $c_{ij}^l$ . Ce coût est nul si  $(i, j)$  est un arc d'attente, de sortie ou d'entretien. Il correspond au coût d'utilisation d'une locomotive sur un arc d'entrée ou au coût d'opération des



tâches correspondantes sur les arcs de train et de mise en position. Le tableau 3.1 récapitule quelques notations utilisées dans la description du réseau.

Tableau 3.1 – Notations utilisées dans la description du réseau

|  |  |
|--|--|
| $H = [0, T]$ : horizon de planification                                  | $L$ : ensemble des locomotives   |
| $S$ : ensemble des stations  | $W$ : ensemble des trains à couvrir  |
| $E$ : ensemble des types d'entretien                                     | $E_e$ : ensemble des types d'entretien contenant l'entretien de type $e \in E$ |
| $G^l = (V^l, U^l)$ : graphe acyclique associé à une locomotive $l \in L$ |  |
| $o^l$ : noeud source   | $d$ : noeud puits  |
| $I^l$ : ensemble des arcs d'entrée                                       | $Z^l$ : ensemble des arcs d'attente  |
| $O^l$ : ensemble des arcs de sortie                                      | $W^l$ : ensemble des arcs de train   |
| $N^l$ : ensemble des arcs de mise en position sans conducteur            | $M^l$ : ensemble des arcs de mise en position avec conducteur                  |
| $V^{le}$ : ensemble des noeuds d'entretien de type $e$                   | $U^{le}$ : ensemble des arcs d'entretien de type $e$                           |

Le réseau  $G^l$  permet d'énumérer des chemins pour la locomotive  $l \in L$ . Certains de ces chemins sont non réalisables par rapport aux contraintes d'entretien. Des contraintes de ressource sont alors utilisées pour éliminer ces routes non réalisables. Rappelons-le, pour chaque type d'entretien  $e \in E$ , la contrainte définissant la fréquence obligatoire des entretiens est exprimée en nombre minimum  $low_e$  et maximum  $up_e$  de kilomètres à parcourir entre deux entretiens consécutifs. On suppose que l'état initial d'entretien de type  $e \in E$  de la locomotive  $l \in L$  est connu, i.e., on connaît  $d_e^l$  le nombre de kilomètres parcourus par cette locomotive depuis son dernier entretien du type  $e \in E$ . On suppose que  $d_e^l \leq up_e - \beta_e^l$  où  $\beta_e^l$  est la distance minimale que la locomotive  $l$  doit parcourir pour se rendre à un atelier où elle peut subir un entretien de type  $e$ .

Pour en connaître davantage sur l'utilisation des ressources, le lecteur est invité à

consulter les articles suivants : Desrochers et Soumis, [24], Desaulniers *et al.*, [25] et Irnich et Desaulniers [33]. Rappelons les notions suivantes :

- Un chemin dans un graphe est une suite de noeuds du graphe, deux à deux reliés par un arc du graphe.
- Une ressource peut être définie comme étant une quantité qui se calcule le long d'un chemin.
- La quantité associée à un arc est appelée consommation de la ressource sur l'arc.
- Un intervalle appelé fenêtre de ressource est associé à chaque noeud du graphe.
- Si la quantité cumulée à l'arrivée d'un noeud prend une valeur de ressource inférieure à la borne inférieure de sa fenêtre alors une attente est nécessaire et ce, sans pénalité.

À chaque type d'entretien  $e \in E$ , on associe deux ressources de type  $e$ , notées  $r_e^{min}$  et  $r_e^{max}$ , afin d'assurer, respectivement, le respect des distances minimales et maximales à parcourir entre deux entretiens consécutifs. Notons par  $Q$  l'ensemble des ressources ainsi définies. Soit  $(i, j) \in U^l$  un arc représentant un déplacement sur une route donnée, notons par  $d_{ij}$  la longueur de cette route. Les consommations des ressources  $r_e^{min}$  et  $r_e^{max}$ ,  $e \in E$ , sur l'arc  $(i, j) \in U^l$ , notées respectivement  $q_{ij}^{r_e^{min}}$  et  $q_{ij}^{r_e^{max}}$ , sont définies par :

$$q_{ij}^{r_e^{min}} = \begin{cases} -d_{ij} & \text{si } (i, j) \in W^l \cup M^l \cup N^l, \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} \quad (3.1)$$

$$q_{ij}^{r_e^{max}} = \begin{cases} d_{ij} & \text{si } (i, j) \in W^l \cup M^l \cup N^l, \\ -up_e & \text{si } (i, j) \in U^{le'}, e' \in E_e \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3.2)$$

La ressource  $r_e^{max}$  cumule les kilomètres parcourus sur les arcs de déplacement depuis le dernier entretien de type  $e \in E$ , tandis que la ressource  $r_e^{min}$  cumule le négatif de

ces kilomètres. La consommation de ces deux ressources est nulle sur les arcs d'entrée, de sortie et d'attente alors que sur un arc d'entretien de type  $e' \in E_e$ ,  $e \in E$ , on consomme  $-up_e$  pour la ressource  $r_e^{max}$  et 0 pour  $r_e^{min}$ .

Les fenêtres des ressources  $r_e^{min}$  et  $r_e^{max}$ ,  $e \in E$ , au noeud  $i \in V^l$ ,  $l \in L$ , sont, respectivement, notées par  $[a_i^{lr_e^{min}}, b_i^{lr_e^{min}}]$  et  $[a_i^{lr_e^{max}}, b_i^{lr_e^{max}}]$ . On les définit comme suit :

$$[a_i^{lr_e^{min}}, b_i^{lr_e^{min}}] = \begin{cases} [low_e - d_e^l, low_e - d_e^l] & \text{si } i = o^l, \\ [0, 0] & \text{si } i \in V^{le}, \\ [low_e, low_e] & \text{si } i \in V^{le'} \text{ où } e' \in E, e' \neq e \text{ et } e' \in E_e, \\ [0, low_e] & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3.3)$$

$$[a_i^{lr_e^{max}}, b_i^{lr_e^{max}}] = \begin{cases} [d_e^l, d_e^l] & \text{si } i = o^l, \\ [0, up_e] & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3.4)$$

La première égalité (3.3) impose au noeud origine une consommation de ressource égale à la distance minimale que la locomotive devra parcourir avant d'effectuer l'entretien de type  $e \in E$ . La seconde égalité empêche cette même locomotive d'aller en entretien sans avoir parcouru cette distance minimale. Il est à noter que cette restriction est imposée sur les noeuds clones ou noeud d'entretien puisque son imposition sur les autres noeuds empêche tout prolongement d'un chemin à partir de ce noeud lorsque la distance minimale à parcourir avant l'entretien n'est pas atteinte. La troisième égalité propose une remise à  $low_e$  de la ressource  $r_e^{min}$  lorsqu'un entretien de type  $e' \in E_e$  incluant l'entretien de type  $e$  est effectué. Enfin, la dernière égalité précise une fenêtre de ressource par défaut égale à  $[0, low_e]$ . Les égalités (3.4) imposent au noeud origine une consommation de ressource égale au nombre de kilomètres par-

courus par cette locomotive depuis son dernier entretien de type  $e$  et à tous les autres noeuds du réseau une consommation de ressource inférieure au nombre maximum de kilomètres à parcourir entre deux entretiens de type  $e$  consécutifs.

### 3.2.2 Formulation mathématique

Quelques notations supplémentaires sont nécessaires pour décrire le modèle mathématique. Soit le paramètre  $a_{wij}$  qui vaut 1 si l'arc  $(i, j) \in U^l$  couvre le train  $w \in W$  et 0 sinon. La pénalité pour la sous-couverture du train  $w \in W$  et celle pour chaque kilomètre de retard ou d'anticipation d'un entretien de type  $e \in E$  sont dénotées par  $\gamma_w$  et  $\gamma_e$ , respectivement. Ces pénalités sont suffisamment élevées afin de privilégier la couverture des trains et les entretiens des locomotives le plus tôt possible. De plus, notons par  $n_w$  le nombre de locomotives actives nécessaires pour couvrir le train  $w \in W$ .

La variable binaire de décision  $X_{ij}^l$  vaut 1 si l'arc  $(i, j) \in U^l$  est choisi pour la locomotive  $l \in L$  et 0 sinon. La variable de ressource, notée  $R_i^{lr}$ , détermine la consommation de la ressource  $r$ ,  $r \in Q$ , sur un chemin du réseau  $G^l$  qui commence par le noeud origine  $o^l$  et qui finit par le noeud  $i$ .

Le modèle mathématique est le suivant :

$$\min \sum_{l \in L} \sum_{(i,j) \in U^l} c_{ij}^l X_{ij}^l + \sum_{l \in L} \sum_{e \in E} \sum_{e': e \in E_{e'}} \sum_{(i,j) \in U^{le'}} \gamma_e X_{ij}^l |R_i^{lr_e} - low_e| + \sum_{w \in W} \gamma_w Y_w \quad (3.5)$$

sujet à :

$$\sum_{l \in L} \sum_{(i,j) \in U^l} a_{wij} X_{ij}^l + Y_w = n_w, \quad \forall w \in W \quad (3.6)$$

$$\sum_{(\sigma^l, j) \in U^l} X_{\sigma^l, j}^l = 1, \quad \forall l \in L \quad (3.7)$$

$$\sum_{j: (i,j) \in U^l} X_{ij}^l - \sum_{j: (j,i) \in U^l} X_{ji}^l = 0, \quad \forall l \in L, \forall i \in V^l \setminus \{\sigma^l, d\} \quad (3.8)$$

$$\sum_{(j,d) \in U^l} X_{j,d}^l = 1, \quad \forall l \in L \quad (3.9)$$

$$X_{ij}^l (R_i^{lr} + q_{ij}^r - R_j^{lr}) \leq 0, \quad \forall l \in L, \forall (i,j) \in U^l, \forall r \in Q \quad (3.10)$$

$$a_i^{lr} \leq R_i^{lr} \leq b_i^{lr}, \quad \forall l \in L, \forall i \in V^l, \forall r \in Q \quad (3.11)$$

$$X_{ij}^l \in \{0, 1\}, \quad \forall l \in L, \forall (i,j) \in U^l \quad (3.12)$$

$$Y_w \geq 0, \quad \forall w \in W. \quad (3.13)$$

Les contraintes (3.6) imposent l'affectation de  $n_w$  locomotives à chaque train  $w \in W$ . Les variables d'écart  $Y_w$  permettent toutefois de violer ces contraintes moyennant une pénalité  $\gamma_w > 0$  par locomotive manquante sur le train  $w \in W$ . La structure de chemin par locomotive  $l \in L$  est modélisée par les contraintes (3.7)-(3.9). Les contraintes (3.10)-(3.11) expriment celles de maintenance et, finalement, les dernières (3.12)-(3.13) restreignent les variables de flot à prendre des valeurs binaires et imposent la non-négativité des variables d'écart. L'expression (3.5) est la fonction objectif qui minimise le nombre de locomotives utilisées, les coûts d'opération et les pénalités relatives à la sous-couverture des trains et aux retards et anticipations des entretiens des locomotives.

Parmi les problèmes que nous souhaitons résoudre, on en trouve un qui est défini sur

un horizon d'un mois et qui comporte environ 20 000 trains à couvrir à l'aide d'environ 230 locomotives disponibles. L'horaire à couvrir implique environ 150 stations dont 20 ateliers d'entretien. Avec ces données, le modèle ci-dessus est un programme en nombres entiers non linéaire dont la taille s'élève environ à 10 000 000 de variables et 20 000 000 de contraintes. Une décomposition temporelle s'impose pour pouvoir résoudre ce problème. On pourrait appliquer à ce problème la décomposition de Dantzig-Wolfe où le problème maître est résolu par une technique de génération de colonnes et le problème en nombres entiers par une méthode d'évaluation et séparation progressive. Mais, l'expérience montre que cette approche de résolution coûte énormément chère en temps de résolution. Par conséquent, nous proposons l'approche heuristique de résolution décrite dans la section suivante.

### 3.3 Approche de résolution

L'approche de résolution proposée s'appuie sur une stratégie de décomposition temporelle, i.e., l'horizon de planification est découpé en des petits intervalles de temps appelés tranches de temps. À chaque tranche de temps, l'algorithme procède en trois étapes. Premièrement, un modèle en nombres entiers est résolu pour répartir les entretiens et identifier l'ensemble des locomotives critiques (nécessitant un entretien) dans la tranche de temps courante. Deuxièmement, les routes des locomotives critiques sont construites séquentiellement en résolvant des problèmes de plus court chemin avec contraintes de ressources. Finalement, un programme en nombres entiers est résolu pour affecter les locomotives non-critiques.

Nous décrivons dans cette section la décomposition temporelle, le mécanisme de passage d'une tranche de temps à la suivante et, en détails, chaque étape de la résolution du problème sur une tranche de temps.

### 3.3.1 Décomposition temporelle

Souvent, l'horizon de planification est assez large de telle sorte que toutes les locomotives ou un très grand nombre d'entre elles y sont critiques. Le problème sera donc de très grande taille car il comportera au moins autant de réseaux que de locomotives critiques. La taille sera trop grande au point de ne pas pouvoir être résolu de manière efficiente par les méthodes exactes de résolution existantes, d'où l'idée d'une décomposition temporelle.

On illustre à la figure 3.2 la configuration des trois premières tranches de temps d'une décomposition temporelle. Deux tranches de temps consécutives se chevauchent sur un intervalle de temps de longueur fixée. Le chevauchement entre deux tranches de temps consécutives  $k$  et  $k+1$  offre la possibilité de mieux repositionner les locomotives en début de la tranche de temps  $k+1$ . La longueur du chevauchement est limitée afin de conserver le plus possible les routes obtenues lors du routage des locomotives non-critiques. Lors du passage d'une tranche de temps  $k$  à la suivante  $k+1$ , les portions de routes construites à la tranche de temps  $k$  sont fixées jusqu'au temps maximum entre la fin de leur dernier entretien, le début de la tranche de temps  $k+1$  pour les locomotives critiques et un nombre  $b$  de jours avant la tranche de temps  $k+1$  pour les locomotives non-critiques. Ce recul de  $b$  jours avant le routage des

locomotives non-critiques permet d'améliorer l'objectif de chevauchement et en plus de récupérer les locomotives critiques qui terminent leur entretien avant le début de la prochaine tranche de temps  $k + 1$ . Les données et paramètres nécessaires à la stratégie de décomposition temporelle sont :

- $DEBUT, FIN$  : le temps de début et de fin de l'horizon de planification,
- $v$  : la longueur des tranches de temps,
- $o$  : la longueur des intervalles de chevauchement,
- $b$  : la longueur de recul avant le routage des locomotives non-critiques.

Ces paramètres sont judicieusement choisis de manière à garder une taille raisonnable du problème restreint sur une tranche de temps.

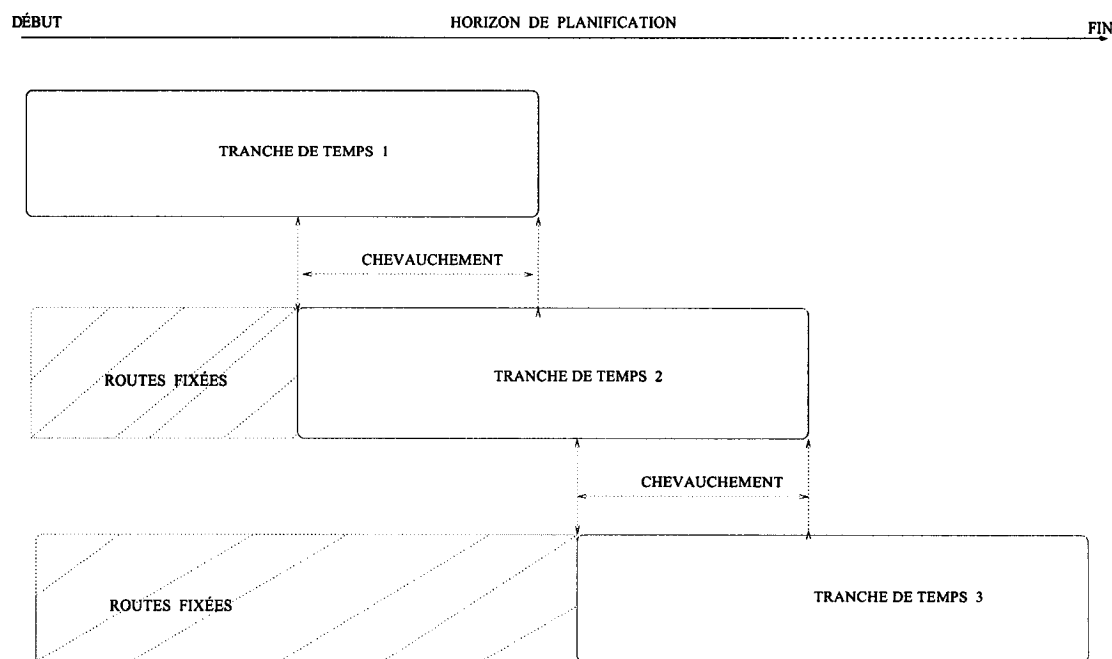


Figure 3.2 – Décomposition temporelle.



### 3.3.2 Répartition des entretiens

Le but de cette étape est d'identifier les locomotives critiques pour chaque tranche de temps courante, notée  $H^c$ , et en même temps, répartir les entretiens dans l'horizon de planification. Cette répartition est faite sur la base d'une prévision de la période où chaque locomotive doit être entretenue et ce, en fonction de la distance moyenne parcourue par jour et du nombre moyen d'entretiens par période.

En pratique, les tranches de temps sont relativement courtes (1 à 2 jours) pour garder la taille du problème raisonnable. De plus, les intervalles valides pour les entretiens varient de quelques jours à quelques semaines et certains entretiens sont inclus dans d'autres, d'où le choix de les effectuer dans la tranche de temps ou plus tard, isolément ou non. Par conséquent, il faut considérer un horizon assez large, noté  $\overline{H}$ , pour pouvoir mieux répartir les entretiens afin d'éviter la concentration de ces derniers dans la tranche de temps courante. Toute distribution des entretiens dans le temps doit satisfaire à la contrainte qui consiste à ne pas envoyer simultanément trop de locomotives en entretien car il en manquera pour couvrir les trains. Ainsi, dans cette approche, nous choisissons une distribution uniforme consistant à subdiviser l'horizon de répartition  $\overline{H}$  en un ensemble de périodes  $P$  et de définir alors un nombre moyen de locomotives en entretien par période et par type d'entretien.

Quelques notations supplémentaires sont nécessaires pour décrire le modèle de répartition. Notons par  $m_e^p$  le nombre moyen de locomotives effectuant un entretien de type  $e \in E$  par période  $p \in P$ . On suppose qu'une approximation du nombre moyen

de kilomètres que parcourt une locomotive par jour est donnée. On suppose aussi que l'état initial d'entretien de chaque locomotive pour chaque type d'entretien est donné, i.e.,  $d_e^l$  est donné pour toute locomotive  $l \in L$  et pour tout type d'entretien  $e \in E$ . Rappelons-le,  $d_e^l$  désigne la distance parcourue par la locomotive  $l$  depuis son dernier entretien jusqu'au début de la tranche de temps courante. On peut donc planifier un ensemble, noté  $J_e^l$ , d'entretiens de type  $e \in E$  pour la locomotive  $l \in L$  et estimer  $I_e^{lj}$ , l'intervalle de temps durant lequel le  $j^{ieme} \in J_e^l$  prochain entretien devrait être effectué si cette locomotive parcourt le nombre moyen de kilomètres par jour défini ci-dessus. En pratique, les intervalles  $I_e^{lj}$ ,  $j \in J_e^l$ , sont disjoints pour un entretien  $e \in E$  et une locomotive  $l \in L$ . Soient  $P_e$  l'ensemble des périodes durant lesquelles un entretien de type  $e \in E$  peut être effectué et  $P_e^l$  l'ensemble des périodes pour lesquelles la locomotive  $l \in L$  pourrait être affectée à un entretien de type  $e \in E$ . Soit  $L_e^c$  l'ensemble des locomotives nécessitant un entretien de type  $e$  dans l'horizon de répartition, i.e.,  $L_e^c = \{l \in L \mid \exists j \in J_e^l, I_e^{lj} \cap \overline{H} \neq \emptyset\}$ .

Le modèle proposé est un modèle d'affectation généralisé qui permet d'affecter les entretiens des locomotives critiques prévus à des périodes adéquates. Les variables binaires d'affectation sont  $X_{ep}^l$ ,  $l \in L$ ,  $e \in E$ ,  $p \in P_e^l$ . Une telle variable prend la valeur 1 si la locomotive doit être affectée à un entretien de type  $e$  durant la période  $p$ . Le coût  $c_{ep}^l$  est associé à la variable  $X_{ep}^l$ . Ce coût est défini de manière à favoriser l'affectation à une période la plus proche du début de l'intervalle  $I_e^{lj}$ . Il s'agit d'une façon de modéliser la partie non-linéaire de la fonction objectif (3.5).

Le modèle est le suivant :

$$\min \sum_{e \in E} \sum_{l \in L_e^c} \sum_{p \in P_e^l} c_{ep}^l X_{ep}^l + \sum_{e \in E} \sum_{p \in P_e} \beta S_{ep} \quad (3.14)$$

sujet à :

$$\sum_{p \in I_e^{lj}} X_{ep}^l = 1, \quad \forall e \in E, \forall l \in L_e^c, \forall j \in J_e^l \quad (3.15)$$

$$\left( \sum_{l \in L_e^c} X_{ep}^l \right) - S_{ep} \leq m_e^p, \quad \forall e \in E, \forall p \in P_e \quad (3.16)$$

$$X_{ep}^l \in \{0, 1\}, \quad \forall e \in E, \forall l \in L, \forall p \in P_e^l \quad (3.17)$$

$$S_{ep} \geq 0 \text{ et entier}, \quad \forall e \in E, \forall p \in P_e. \quad (3.18)$$

Les contraintes (3.15) indiquent que chaque locomotive critique doit être affectée aux entretiens prévus dans l'horizon  $\overline{H}$ . Les contraintes (3.16) permettent de répartir les entretiens entre les différentes périodes de l'horizon  $\overline{H}$ . Ces contraintes sont rendues flexibles par l'introduction de variables de surplus  $S_{ep}$  qui sont pénalisées par un facteur  $\beta > 0$ . Les contraintes (3.17) restreignent les variables d'affectation à prendre des valeurs binaires tandis que les contraintes (3.18) de non-négativité et d'intégrité restreignent le domaine des variables de surplus. Dans ce modèle, l'objectif (3.14) cherche à rapprocher le plus possible les temps d'affectation aux entretiens des temps de début d'intervalle d'entretien permis et à minimiser la somme des pénalités associées aux violations des contraintes (3.16).

Le modèle est de petite taille lorsqu'un nombre restreint de périodes est considéré (par exemple, 2 ou 4 périodes par jour sur un horizon d'un mois). Il se résout rapidement par une méthode de séparation et évaluation progressive notamment avec le logiciel

CPLEX MIP. Ainsi, on obtient de la solution l'information suivante. Si  $X_{ep}^l = 1$ , alors la locomotive  $l$  devrait autant que possible effectuer un entretien de type  $e$  durant la période  $p$ . Dans un tel cas, si  $p \cap H^c \neq \emptyset$ , alors la locomotive  $l$  est déclarée critique pour l'entretien  $e$  et pour le début de la période  $p$ . Donc,  $l \in L^c$  où  $L^c$  désigne la liste des locomotives déclarées critiques pour la tranche de temps  $H^c$ . On pose que le temps  $h_e^l$  du prochain entretien prévu pour la locomotive  $l$  est égal au temps de début de la période  $p$ . Notons qu'une locomotive peut être déclarée critique pour plusieurs types d'entretien et pour plusieurs périodes. Il est aussi à noter que la fréquence des entretiens étant relativement basse et la longueur des tranches de temps étant relativement courte, au plus un entretien est prévu par locomotive et par tranche de temps.

### 3.3.3 Affectation des locomotives critiques

La diminution de la taille du modèle général par décomposition temporelle est substantielle mais insuffisante pour résoudre le problème rapidement. En effet, le routage simultané des locomotives critiques est plus contraignant que celui des locomotives non-critiques car on doit les router vers les ateliers d'entretien et au bon moment. Il nécessite donc l'utilisation de plusieurs ressources et, par conséquent, l'utilisation d'une technique de génération de colonnes du fait de la non-linéarité du modèle. Étant donné que la proportion de locomotives critiques est relativement petite et que les entretiens doivent se faire le plus tôt possible, nous proposons de router les locomotives critiques séquentiellement par ordre croissant des périodes d'entretien prévues. Elles sont routées avant celles non-critiques afin d'utiliser le moins de mises

en position, de couvrir le maximum de trains et de leur accorder un plus grand degré de liberté dans le choix des trains qu'elles couvriront.

### Description de réseau

Chaque locomotive critique est routée sur son propre réseau en résolvant un problème de plus court chemin qui se pose comme suit. Considérons une locomotive critique  $l \in L^c$  pour laquelle on aimerait effectuer un entretien de type  $e \in E$  au temps  $h_e^l$ . Son réseau initial  $G^l = (V^l, U^l)$  n'est peut-être pas complet puisqu'il peut avoir été réduit en retranchant :

- les trains couverts par les locomotives routées précédemment,
- les arcs d'entretien de type  $e' \in E$ ,  $e' \neq e$  et certains de type  $e \in E$  de sorte qu'à chaque station, ils soient distribués dans le temps suivant une fréquence donnée.

Les coûts sur les arcs du réseau  $G^l$  de chaque locomotive critique  $l \in L^c$  sont ainsi définis :

$$\bar{c}_{ij}^l = \begin{cases} -\bar{\alpha}_w t_{ij} & \text{si } (i, j) \in W^l, \\ -\bar{\gamma}_e |a_{ij} - h_e^l| & \text{si } (i, j) \in U^{le}, \\ \bar{\alpha}_m t_{ij} & \text{si } (i, j) \in M^l, \\ \bar{\alpha}_n t_{ij} & \text{si } (i, j) \in N^l, \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.19)$$

où  $t_{ij}$  et  $a_{ij}$  dénotent, respectivement, le temps de parcours et l'heure de début de l'arc  $(i, j) \in U^l$ ,  $l \in L$ , et  $\bar{\alpha}_m, \bar{\alpha}_n, \bar{\alpha}_w, \bar{\gamma}_e$  sont des constantes positives. Ainsi, les arcs d'attente, d'entrée et de sortie ont des coûts nuls. Les coûts sur les arcs de mise en position avec ou sans conducteur et ceux sur les arcs de train sont linéaires par rapport à la durée du parcours. Le coût sur un arc d'entretien  $(i, j) \in U^{le}$  de type  $e \in E$  est proportionnel à la valeur absolue de l'écart entre l'heure  $a_{ij}$  de début de

l'arc et l'heure  $h_e^l$  d'entretien prévu pour la locomotive  $l$ . Les coûts sur les arcs de train et d'entretien sont négatifs afin d'y attirer les locomotives critiques. Les degrés d'attraction vers les trains augmentent en fonction de leurs coûts de couverture. Ceux sur les arcs de maintenance sont très grands en valeur absolue car la priorité pour une locomotive critique est d'aller en entretien afin d'éviter des pannes majeures. Tous ces coûts ne sont nécessairement pas les mêmes que ceux définis dans le modèle (3.5)-(3.12). Ils sont redéfinis pour chaque locomotive par un bon choix des paramètres dans le but de se rapprocher de l'objectif du problème qui est de minimiser l'écart par rapport au temps prévu d'entretien, de couvrir le maximum de trains et d'utiliser le moins possible les arcs de mise en position avec ou sans conducteur.

### Formulation mathématique

La détermination d'une route pour une locomotive critique revient donc à résoudre un problème de plus court chemin avec les contraintes sur les ressources définies dans le modèle général, entre le noeud origine  $o^l \in V^l$  qui représente la position initiale de la locomotive  $l$  et le noeud destination  $d$  commun à toutes les locomotives. La formulation mathématique s'obtient à partir de celle générale (3.5)-(3.13) en ne considérant que la locomotive critique  $l$  et en supprimant la partie non-linéaire de la fonction objectif. En effet, cet objectif qui consiste à pénaliser les retards ou anticipation des entretiens est ramené dans la définition des coûts des arcs d'entretien. Les pénalités sur les sous-couvertures des trains sont aussi supprimées car avec la décomposition proposée, elles sont prises en compte dans le problème d'affectation des locomotives non-critiques.

Le modèle mathématique du problème de plus court chemin avec contraintes de ressource associé à la locomotive critique  $l \in L^c$  est le suivant :

$$\min \sum_{(i,j) \in U^l} \bar{c}_{ij}^l X_{ij}^l + \sum_{l \in L} \sum_{e \in E} \sum_{e': e \in E_{e'}} \sum_{(i,j) \in U^{le'}} \gamma_e X_{ij}^l |R_i^{lr_e^{max}} - low_e| \quad (3.20)$$

sujet à :

$$\sum_{(o^l, j) \in U^l} X_{o^l, j}^l = 1, \quad (3.21)$$

$$\sum_{j: (i, j) \in U^l} X_{ij}^l - \sum_{j: (j, i) \in U^l} X_{ji}^l = 0, \quad \forall i \in V^l \setminus \{o^l, d\} \quad (3.22)$$

$$\sum_{(j, d) \in U^l} X_{j, d}^l = 1, \quad (3.23)$$

$$X_{ij}^l (R_i^{lr} + q_{ij}^r - R_j^{lr}) \leq 0, \quad \forall (i, j) \in U^l, \forall r \in Q \quad (3.24)$$

$$a_i^{lr} \leq R_i^{lr} \leq b_i^{lr}, \quad \forall i \in V^l, \forall r \in Q \quad (3.25)$$

$$X_{ij}^l \in \{0, 1\}, \quad \forall (i, j) \in U^l. \quad (3.26)$$

L'expression (3.20) est la fonction objectif qui minimise le coût d'opération total et les pénalités relatives aux retards ou anticipations de l'entretien prévu. La structure de chemin est modélisée par les contraintes (3.21)-(3.23). Les contraintes (3.24)-(3.25) expriment celles de maintenance. Finalement, les dernières (3.26) restreignent les variables de flot à prendre des valeurs binaires.

### Résolution du problème

Ce problème de plus court chemin avec contraintes de ressource est résolu par un algorithme de programmation dynamique (voir Desrochers et Soumis, [24], Desaulniers *et al.*, [25] et Irnich et Desaulniers [33]). Pour chaque problème où la locomotive

critique  $l \in L^c$  doit subir un entretien de type  $e \in E$ , on a les ressources  $r_e^{min}$ ,  $r_e^{max}$  et  $r_{e'}^{max}$ ,  $\forall e' \in E, e' \neq e$  et  $e \in E_{e'}$ , contrôlant, respectivement, la distance minimale relative à l'entretien  $e$ , celles maximales relatives à l'entretien  $e$  et tous les autres entretiens inclus par  $e$ . La résolution du problème est rendue heuristique par le choix de dominer sur les ressources,  $r_e^{max}$  et  $r_{e'}^{max}$ ,  $\forall e' \in E, e' \neq e$  et  $e \in E_{e'}$ , contrôlant les distances maximales. En effet, des tests ont montrés que la qualité des solutions n'est pas trop détériorée en faisant ce choix et il en résulte un gain important en temps de résolution.

Notons que la locomotive critique  $l$  peut poursuivre son chemin après avoir subi un entretien. Cependant, seule la portion de route allant jusqu'à la fin du dernier entretien et après le début de la tranche de temps courante est retenue si elle existe. Autrement dit, on remet en question tout ce qui est fait après le dernier entretien et après le début de la tranche de temps courante. Si la locomotive  $l$  termine son dernier entretien avant la fin de la tranche de temps courante, alors elle est déclarée non-critique. Ainsi son chemin sera prolongé lors du routage des locomotives non-critiques.

### 3.3.4 Affectation des locomotives non-critiques

La dernière étape de la résolution du problème sur une tranche de temps porte sur le routage des locomotives non-critiques. Notons que les locomotives critiques routées précédemment deviennent non-critiques si elles terminent leur entretien avant la fin de la tranche de temps courante.



### Description du réseau

Étant donné que ces locomotives sont du même type, leurs réseaux respectifs sont agrégés en un seul réseau  $G = (V \cup \{o\}, U \cup I)$ , où  $o$  est le noeud origine,  $V = (\cup_{l \in L \setminus L^c} V^l) \setminus (\cup_{l \in L, e \in E} V^{le})$ ,  $U = (\cup_{l \in L \setminus L^c} U^l) \setminus (\cup_{l \in L, e \in E} U^{le})$  et  $I$  est l'ensemble des noeuds d'entrées reliant le nouveau noeud origine  $o$  à tous les autres noeuds origine associés à chaque locomotive. Le réseau  $G$  est résiduel étant donné que les arcs des trains précédemment couverts sont retirés. Les coûts sur les arcs du réseau agrégé  $G$  sont définis par :

$$c_{ij} = \begin{cases} \alpha_n t_{ij} & \text{si } (i, j) \in N, \\ \alpha_m t_{ij} & \text{si } (i, j) \in M, \\ cte & \text{si } (i, j) \in I, \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.27)$$

où  $N = \cup_{l \in L \setminus L^c} N^l$ ,  $M = \cup_{l \in L \setminus L^c} M^l$  et  $cte$  est le coût fixe d'utilisation d'une locomotive. Ainsi, les arcs d'attente, de sortie et de train ont des coûts nuls. Le coût d'un arc de mise en position avec ou sans conducteur est linéaire par rapport à la durée du parcours. Chaque arc d'entrée a un coût égal au coût fixe d'utilisation d'une locomotive. Ces coûts sont les mêmes que ceux définis dans le modèle (3.5)-(3.13).

### Formulation mathématique

La formulation mathématique s'obtient à partir de celle générale (3.5)-(3.13) en supprimant les pénalités sur les retards ou anticipations d'entretien et les contraintes de ressource puisque les locomotives non-critiques ne se rendent pas en entretien et, en

plus, en effectuant le changement de variable suivant :

$$X_{ij} = \sum_{l \in L \setminus L^c} X_{ij}^l.$$

Notons par  $\overline{W}$  l'ensemble des trains non encore couverts ou partiellement couverts. Un train  $w$  est partiellement couvert si le nombre minimum de locomotives  $n_w$  nécessaire pour l'assurer n'est pas encore fourni. Notons par  $\overline{n}_w$  le nombre de locomotives restant à fournir au train  $w$ .

Les variables  $X_{ij}$  sont entières. Les variables d'écart  $Y_w$  permettent toutefois de violer les contraintes de couverture des trains moyennant des pénalités  $\gamma_w > 0$  par locomotive manquante sur chaque train  $w \in \overline{W}$ .

Le modèle mathématique est le suivant :

$$\min \sum_{(i,j) \in U} c_{ij} X_{ij} + \sum_{w \in \overline{W}} \gamma_w Y_w \quad (3.28)$$

sujet à :

$$\sum_{(i,j) \in U} a_{wij} X_{ij} + Y_w = \overline{n}_w, \quad \forall w \in \overline{W} \quad (3.29)$$

$$X_{oj} = 1, \quad \forall (o, j) \in I \quad (3.30)$$

$$\sum_{j: (i,j) \in U} X_{ij} - \sum_{j: (j,i) \in U} X_{ji} = 0, \quad \forall i \in V \setminus \{o, d\} \quad (3.31)$$

$$X_{ij} \geq 0 \text{ et entier} \quad \forall (i, j) \in U, \forall w \in \overline{W}. \quad (3.32)$$

$$Y_w \geq 0, \quad \forall (i, j) \in U, \forall w \in \overline{W}. \quad (3.33)$$

L'expression (3.28) est la fonction objectif qui minimise le nombre de locomotives utilisées, le coût d'opération total et les pénalités relatives à la sous-couverture des

trains. Les contraintes (3.29) imposent l'affectation de  $\bar{n}_w$  locomotives à chaque train  $w \in \overline{W}$ . Les contraintes (3.30) expriment les positions initiales des locomotives. La conservation de flot est modélisée par les contraintes (3.31). Finalement, les contraintes (3.32)-(3.33) de non-négativité s'applique à toutes les variables tandis que celles d'intégrité ne s'appliquent qu'aux variables de flot.

### Résolution du problème

Le problème est résolu en utilisant l'optimiseur CPLEX-MIP qui lui le résout par une stratégie d'évaluation et de séparation progressive. Auparavant, CPLEX effectue un pré-traitement afin d'éliminer les contraintes redondantes et de substituer certaines variables dans le but de réduire la taille du problème.

Finalement, un algorithme simple permet d'extraire un chemin pour chaque locomotive non-critique à partir de la solution obtenue. Étant donné que les contraintes d'entretien ont été relaxées lors du routage des locomotives non-critiques, les portions de route violant les contraintes d'entretien sont alors remises en question. Cette situation ne survient pas lorsque les locomotives critiques et non-critiques ont été bien identifiées. Rappelons que cette identification a été faite sur la base de certaines estimations.

### 3.3.5 Pseudo-code de l'approche de résolution

Afin de récapituler l'approche de résolution proposée, nous présentons ci-dessous son pseudo-code. Des améliorations et des modifications afin de l'adapter à d'autres circonstances seront apportées à cette approche. Par conséquent, dénommons-la dans ce qui suit approche de base.

Les étapes 4 à 10 de ce pseudo-code permettent de répartir les entretiens et identifier les locomotives critiques. Le routage de ces dernières correspond aux étapes 11 à 15 et, enfin, les étapes 16 à 18 permettent de router les locomotives non-critiques.

## 3.4 Résultats expérimentaux

Avec les données fournies par la compagnie ferroviaire allemande Deutsche Bahn AG, nous avons testé l'approche de base présentée ci-dessus. Nous l'avons aussi expérimentée avec des instances de données générées à partir de ces données réelles fournies par cette compagnie. Ces instances générées permettent d'envisager des situations fréquentes en Amérique du Nord où il n'y a pas assez de locomotives pour couvrir tous les trains. Pour chaque instance, la performance de l'approche est essentiellement évaluée en terme de nombre de locomotives utilisées, de nombre de sous-couvertures des trains et de temps de résolution. Nous commençons par décrire les problèmes résolus. Ensuite, nous précisons les valeurs assignées aux paramètres de l'approche. Enfin, les résultats obtenus sont présentés et commentés.

---

**Algorithme 3.1** Affectation de locomotives électriques

---

- 1: Poser  $t = DEBUT$
  - 2: Choisir une décomposition temporelle de l'horizon de planification  $[DEBUT, FIN]$ , i.e., attribuer des valeurs aux paramètres  $v, o, b$
  - 3: **tant que** première itération ou  $t + o < FIN$  **effectuer**
  - 4:   **pour tout**  $l \in L$  **effectuer**
  - 5:     **pour tout**  $e \in E$  **effectuer**
  - 6:       Planifier un ensemble  $J_e^l$  d'entretiens sur l'horizon  $\overline{H}$
  - 7:       Calculer les intervalles de temps  $I_e^{lj}, j \in J_e^l$
  - 8:     **fin pour**
  - 9:   **fin pour**
  - 10: Construire le modèle (3.14)-(3.18) de répartition des entretiens
  - 11: Résoudre ce modèle par CPLEX MIP
  - 12: Identifier l'ensemble  $L^c$  des locomotives critiques pour  $H^c$  puis l'ordonner en ordre croissant des  $h_e^l$ , soit  $L^c = \{l_1, \dots, l_{|L^c|}\}$
  - 13: **pour**  $i = 1, \dots, |L^c|$  **effectuer**
  - 14:   Construire le réseau  $G^{l_i}$
  - 15:   Résoudre le problème (3.20)-(3.26)
  - 16:   **si** le chemin retourné inclut au moins un entretien **alors**
  - 17:     Conserver la portion qui va jusqu'à la fin du dernier entretien
  - 18:   **fin si**
  - 19: **fin pour**
  - 20: Remettre en question les portions de routes situées après le dernier entretien et après l'instant  $t - b$  pour toute locomotive
  - 21: Résoudre par CPLEX MIP le problème (3.28)-(3.32) sur la tranche de temps  $[t - b, t + v]$  en utilisant le réseau résiduel  $G$
  - 22: Extraire les chemins et conserver la portion satisfaisant les entretiens
  - 23: Poser  $t = t + v - o$
  - 24: **fin tant que**
- 

### 3.4.1 Description des problèmes résolus

Nous avons utilisé quatre scénarios, notés A, B, C et D, pour expérimenter l'approche de base et, dans les sections subséquentes, ses améliorations. Le scénario A consiste

à affecter 139 locomotives de type 101 aux 3 061 trains prévus sur une semaine. Le scénario B porte sur l'affectation de 229 locomotives de type 102 aux 4 666 trains prévus sur une semaine. Les scénarios C et D ont été générés à partir des scénarios A et B en les dupliquant sur quatre semaines consécutives. Sur un mois, le scénario C comporte donc 12 244 trains à couvrir à l'aide de 139 locomotives disponibles, tandis que le scénario D comporte 18 664 trains et 229 locomotives. Pour chacun des scénarios, nous avons généré quatre autres où le nombre de locomotives disponibles est insuffisant, soit 120, 110, 100 et 90 locomotives pour les scénarios A et C et 180, 170, 160 et 150 pour B et D. Notons chacune des 20 instances obtenues par  $[A|B|C|D]n$  où la première lettre identifie le scénario considéré et  $n$  est le nombre de locomotives disponibles. Les scénarios A139 et B229 comportent des données réelles tandis que les autres sont générés.

Les locomotives de type 101 et 102 doivent effectuer des entretiens de type Frist et de type Nachschau. La distance minimale et maximale entre deux Frists consécutifs sont, respectivement, 100 000 et 120 000 km et celles entre deux Nachschaus consécutifs sont, respectivement, 10 000 et 12 000 km. Toute répartition d'entretien est effectuée sur un horizon de 20 jours à partir du début de la tranche de temps courante. Cet horizon est discrétisé en des périodes de temps d'une demi-journée. Rappelons-le, un des objectifs du problème est d'effectuer les entretiens le plus proche possible de la borne inférieure pour éviter des pannes majeures. Toutefois, il est permis de violer la contrainte d'entretien relative à la borne inférieure du Nachschau afin d'effectuer un Frist. Par exemple, une locomotive qui vient juste de subir un Nachschau devra parcourir 10 000 km pour subir son prochain Nachschau. Mais si elle doit subir un

Frist 5 000 km après le premier Nachschau et sachant qu'un Frist inclut un Nachschau et qu'il doit être effectué le plus tôt possible, alors il est permis de violer la contrainte de distance minimale du Nachschau.

### **3.4.2 Caractéristiques de l'implémentation**

Le logiciel NETGEN, version 6.0, fournit tous les outils nécessaires à l'implantation de l'approche de résolution en particulier, la stratégie de décomposition temporelle. Les modèles en nombres entiers (3.28)-(3.32) et (3.14)-(3.18) sont résolus par CPLEX MIP, version 6.0. L'algorithme de programmation dynamique utilisé pour résoudre les problèmes (3.20)-(3.26) de plus court chemin est celui implanté dans GENCOL, version 4.3. Le programme a été exécuté sur une station de travail SUNFIRE 4800 de 900 MHz.

### **3.4.3 Valeurs attribuées aux paramètres**

La sous-couverture d'un train est fortement pénalisée. Elle est fixée à plus de 100 fois le coût maximum de couverture d'un train. La pénalité de retard ou d'anticipation d'entretien vaut 100 par minute. La distance entre deux arcs de maintenance consécutifs d'un même atelier est de 120 minutes. Un coût fixe d'attraction supérieur au coût de couverture de toutes les tâches est attribué à chaque arc d'entretien afin d'amener les locomotives critiques en entretien le plus tôt possible. Le coût d'utilisation d'une locomotive s'élève à 10 000.

Nous avons effectué des tests préliminaires sur un échantillon de problèmes définis sur une semaine afin d'attribuer de bonnes valeurs aux paramètres de la décomposition temporelle. Celles testées sont caractérisées par les triplets  $(v, o, b) \in \{30, 36, 48, 72, 96, 120, 144, 168\} \times \{6, 12, 18, 24\} \times \{24, 48, 72\}$ , où  $v$  est la longueur de la tranche de temps,  $o$  est la longueur de l'intervalle de chevauchement et  $b$  est la longueur de recul avant le routage des locomotives non-critiques. Des tests préliminaires sur un problème typique dont les résultats ne sont pas rapportés ont permis de choisir les domaines de variation des paramètres ci-dessus.

Nous constatons à travers ces tests que le temps moyen de résolution croît en fonction de la longueur de la tranche de temps, de la longueur du chevauchement ou de la longueur du recul avant le routage des locomotives non-critiques. En effet, la taille des problèmes à résoudre par tranche de temps croît en conséquence. Quant au nombre moyen de sous-couvertures, on note une instabilité au voisinage d'une valeur fixée de chacun des paramètres de la décomposition temporelle. On constate aussi que le nombre de sous-couvertures diminue quand la longueur du recul avant le routage des locomotives non-critiques augmente. Le nombre de sous-couvertures demeure élevé pour les petites et grandes longueurs de tranche de temps ou de chevauchement. La décomposition de l'horizon en des tranches de temps de longueur  $v$  égale à 30 heures avec des intervalles de chevauchement de longueur  $o$  égale à 6 heures et des intervalles de recul par rapport au début de la tranche de temps courante avant de router les locomotives non-critiques de longueur  $b$  égale à 3 jours a donné un nombre moyen minimum de sous-couvertures en un temps moyen de résolution raisonnable. Par conséquent, nous avons choisi ces valeurs de paramètre pour nos prochaines



expériences.

### 3.4.4 Résultats

Les tableaux 3.2 et 3.3 rapportent les résultats de l'expérimentation de l'approche de base sur les problèmes définis sur un horizon d'une semaine et un horizon d'un mois, respectivement. Chaque colonne de ces tableaux contient les résultats correspondant au scénario précisé à sa première ligne. Les colonnes regroupent des données relatives à la qualité des solutions, la répartition des temps de résolution et la satisfaction des contraintes d'entretien. Nous donnons dans ce qui suit les attributs des composantes citées ci-dessus et leurs notations.

- Qualité de solution :
  - $n_{lu}$  : nombre de locomotives utilisées,
  - $n_{s-c}$  : nombre de sous-couvertures,
  - $n_{sac}$  : nombre de mises en position sans conducteur,
  - $km_{sac}$  : distance totale parcourue en mise en position sans conducteur,
  - $n_{avc}$  : nombre de mises en position avec conducteur,
  - $km_{avc}$  : distance totale parcourue en mise en position avec conducteur.
- Répartition du temps de résolution :
  - $t_{cpu}$  : temps cpu total de résolution du problème (en secondes),
  - $\%t_c$  : pourcentage du temps consacré au routage des locomotives critiques,
  - $\%t_{nc}$  : pourcentage du temps consacré au routage des locomotives non-critiques.
- Satisfaction des contraintes d'entretien :
  - $n_{fr}$  : nombre d'entretiens de type Frist,

- $km_{fr}$  : distance moyenne entre deux Frists consécutifs,
- $n_{na}$  : nombre d'entretiens de type Nachschau,
- $km_{na}$  : distance moyenne entre deux Nachschaus consécutifs.

Tableau 3.2 – Résultats sur un horizon d'une semaine.

|                  | A139 | A120 | A110 | A100 | A90  | B229 | B180 | B170 | B160 | B150 |
|------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $n_{lu}$         | 124  | 120  | 110  | 100  | 90   | 190  | 180  | 170  | 160  | 150  |
| $n_{s-c}$        | 0    | 5    | 24   | 98   | 209  | 0    | 18   | 75   | 182  | 303  |
| $n_{sac}$        | 61   | 69   | 63   | 34   | 29   | 131  | 111  | 88   | 71   | 59   |
| $km_{sac}(10^4)$ | 0.53 | 0.54 | 0.50 | 0.23 | 0.16 | 1.75 | 1.37 | 1.14 | 0.66 | 0.51 |
| $n_{avc}$        | 730  | 773  | 869  | 913  | 914  | 1230 | 1314 | 1372 | 1320 | 1266 |
| $km_{avc}(10^4)$ | 2.94 | 3.30 | 4.34 | 4.55 | 4.54 | 6.51 | 7.14 | 7.62 | 7.30 | 6.59 |
| $t_{cpu}(s)$     | 3526 | 2943 | 3303 | 2620 | 2369 | 4012 | 3263 | 3219 | 2907 | 2886 |
| $\%t_c$          | 15   | 7    | 5    | 6    | 7    | 28   | 14   | 12   | 13   | 12   |
| $\%t_{nc}$       | 84   | 92   | 94   | 92   | 92   | 71   | 85   | 86   | 86   | 87   |
| $n_{fr}$         | 8    | 8    | 7    | 7    | 6    | 29   | 26   | 28   | 26   | 23   |
| $km_{fr}(10^4)$  | 10.5 | 10.5 | 10.6 | 10.6 | 10.5 | 10.2 | 10.2 | 10.1 | 10.2 | 10.1 |
| $n_{na}$         | 52   | 51   | 49   | 48   | 43   | 99   | 96   | 86   | 84   | 79   |
| $km_{na}(10^4)$  | 1.03 | 1.02 | 1.02 | 1.03 | 1.04 | 0.97 | 0.96 | 0.96 | 0.96 | 0.95 |

Pour les scénarios comportant des données réelles, soient A139 et B229, tous les trains ont été couverts par, respectivement, 89% et 83% des locomotives disponibles. Pour les autres scénarios, toutes les locomotives disponibles sont utilisées. Néanmoins, le nombre de trains non-couverts est relativement élevé. Lorsque le nombre de locomotives disponibles diminue, la distance totale parcourue en mise en position sans conducteur diminue contrairement à celles parcourue en mise en position avec conducteur qui augmente en général. Comme on le verra plus loin, les temps de résolution et la qualité des solutions peuvent être améliorés. Le complément à 100 de la somme  $\%t_c + \%t_{nc}$  est le pourcentage du temps total de résolution consacré à la

Tableau 3.3 – Résultats sur un horizon d'un mois.

|                  | C139  | C120  | C110  | C100  | C90   | D229  | D180  | D170  | D160  | D150  |
|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $n_{lu}$         | 125   | 120   | 110   | 100   | 90    | 191   | 180   | 170   | 160   | 150   |
| $n_{s-c}$        | 0     | 14    | 103   | 417   | 864   | 0     | 70    | 301   | 739   | 1194  |
| $km_{sac}(10^4)$ | 2.03  | 2.17  | 2.09  | 1.34  | 0.60  | 7.25  | 6.53  | 5.14  | 3.90  | 2.74  |
| $km_{avc}(10^4)$ | 12.5  | 12.9  | 17.2  | 18.0  | 18.0  | 21.6  | 26.2  | 30.2  | 27.1  | 26.5  |
| $t_{cpu}(s)$     | 21177 | 15049 | 13957 | 12853 | 12694 | 31394 | 17589 | 16023 | 17932 | 15985 |
| $\%t_c$          | 29    | 8     | 9     | 9     | 7     | 47    | 14    | 14    | 12    | 12    |
| $\%t_{nc}$       | 70    | 91    | 90    | 90    | 92    | 51    | 84    | 84    | 87    | 87    |
| $n_{fr}$         | 27    | 21    | 20    | 21    | 20    | 77    | 86    | 85    | 83    | 76    |
| $km_{fr}(10^4)$  | 10.5  | 10.5  | 10.5  | 10.6  | 10.6  | 10.3  | 10.3  | 10.3  | 10.4  | 10.3  |
| $n_{na}$         | 213   | 216   | 209   | 199   | 180   | 381   | 376   | 361   | 342   | 317   |
| $km_{na}(10^4)$  | 1.00  | 1.00  | 1.02  | 1.02  | 1.02  | 1.03  | 1.02  | 1.03  | 1.03  | 1.03  |

répartition des entretiens. Celui-ci est négligeable. Il a fallu en moyenne 52 minutes en temps cpu pour résoudre un problème sur une semaine et 5 heures en temps cpu pour résoudre un problème sur un mois. Ces temps de résolution sont assez longs, particulièrement la partie routage des locomotives non-critiques. Presque à chaque tranche de temps, plus de 80% du temps cpu de résolution a été consacré au routage des locomotives non-critiques. En effet, le modèle est en nombres entiers et la taille du réseau de routage des locomotives critiques par tranche de temps demeure très grande malgré l'agrégation de leurs réseaux respectifs en un seul réseau. D'un autre côté, les contraintes d'entretien des locomotives ont été satisfaites et mieux encore, l'objectif d'effectuer les entretiens le plus tôt possible a été rencontré. Cependant, il y a lieu d'apporter des améliorations aussi bien au niveau de la qualité des solutions qu'au niveau des temps de résolution.

## 3.5 Améliorations de l'approche de base

Dans cette section, nous apportons plusieurs améliorations à l'approche de résolution de base. Dans un premier temps, nous allons réduire la taille du réseau agrégé des locomotives non-critiques afin de réduire considérablement les temps de résolution des problèmes. Ensuite, nous améliorons la qualité des solutions en passant par un meilleur positionnement et guidage des locomotives critiques dans leur routage. Enfin, nous expérimentons l'approche modifiée et comparons les résultats numériques et ceux obtenus avec l'approche de base.

### 3.5.1 Réduction de la taille des réseaux

La façon d'ajouter des arcs de mise en position dans le réseau de chaque locomotive critique ou celui agrégé des locomotives non-critiques a pour conséquence d'y insérer à la fois autant d'arcs d'attente que d'arcs de mise en position. Cette façon de procéder a certes des effets sur la qualité des solutions mais elle a de fâcheuses conséquences sur les temps de résolution. Nous commençons par préciser l'ensemble des arcs de mise en position considéré dans l'approche de base avant de proposer un autre ensemble afin d'éliminer l'effet sur les temps de résolution.

Notons par  $A_s$  l'ensemble des arrivées de train à la station  $s \in S$  et  $D_s$  l'ensemble des départs de train à la station  $s \in S$ . Ces ensembles sont contenus dans l'horaire prévu des trains. On dénote par  $d_s^t$  l'événement « départ d'un train de la station  $s \in S$  à l'instant  $t \in [0, T]$  » et par  $a_s^t$  l'événement « arrivée d'un train à la station

$s \in S$  à l'instant  $t \in [0, T]$  ». On suppose qu'il y a au plus un départ (ou une arrivée) par station  $s$  et par unité de temps  $t$ . Chaque événement est associé à un noeud dans le réseau agrégé des locomotives non-critiques. On dénotera parfois les noeuds de ce réseau par  $i$  ou  $j$ , ou encore par  $d_s^t$  et  $a_s^t$  s'ils sont associés à ces événements. Notons par  $T_s^{s'}$  la durée nécessaire pour déplacer une locomotive en mise en position avec conducteur de la station  $s \in S$  à la station  $s' \in S$ . Cette durée inclut le temps minimum de connexion à la station d'arrivée  $s'$  et est symétrique ( $T_s^{s'} = T_{s'}^s$ ). Une mise en position entre deux stations données est impossible si sa durée minimale est trop longue.

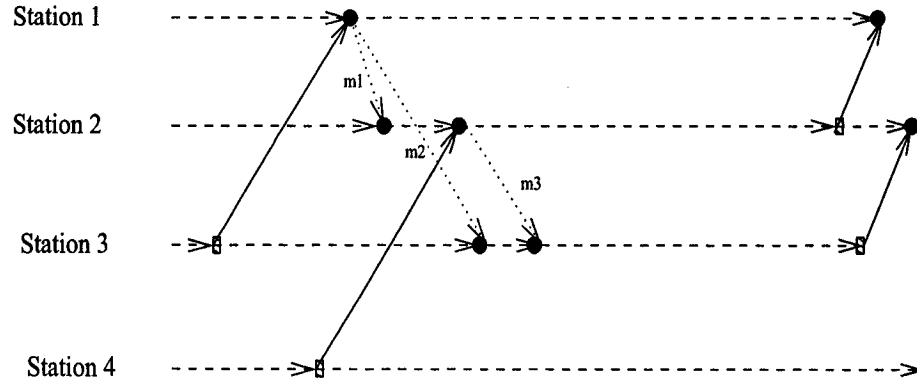


Figure 3.3 – Mises en position dans le réseau initial

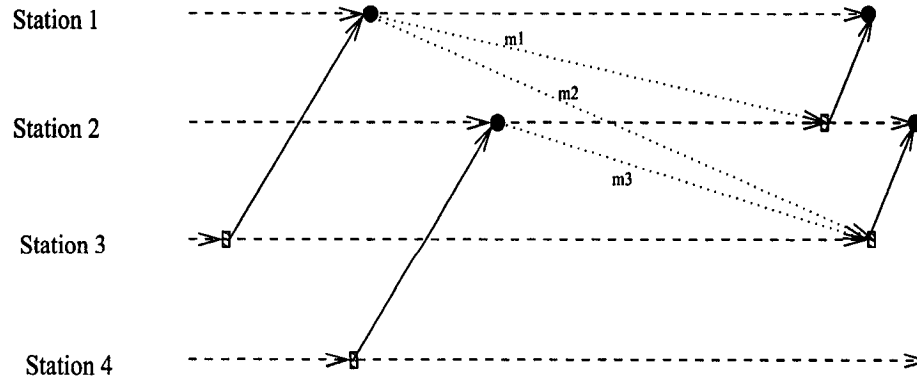


Figure 3.4 – Mises en position dans le réseau modifié

Dans l'approche de base, à chaque noeud représentant l'arrivée d'un train, des arcs de mise en position avec conducteur relient ce noeud aux noeuds représentant les stations destinations et la somme du temps de déplacement et l'heure de départ. L'ensemble des ces arcs peut être défini comme suit :

$$M_1 = \{(a_s^t, j) \mid (s, s') \in S^2, s \neq s', t \in [0, T], a_s^t \in A_s \text{ et } \exists d_{s'}^{t'} \in D_{s'} \mid t' \geq t + T_s^{s'}\}$$

où  $j$  est le noeud représentant la station  $s'$  à l'instant  $t + T_s^{s'}$ . En d'autres termes, les arcs de mise en position avec conducteur relient les noeuds représentant l'arrivée de chaque train à une station à tous les autres noeuds représentant l'arrivée de la mise en position pour de prochains départs à ces autres stations. Cet ensemble d'arcs de mise en position est illustré à la figure 3.3 par les arcs en pointillés. Les arcs en continu représentent des trains tandis que les arcs en tirets représentent des arcs d'attente.

À chaque arc de mise en position, on associe l'unique arc d'attente dont son noeud initial est le noeud terminal de l'arc de mise en position. Donc, dans le réseau initial, il y a au moins autant d'arcs d'attente que d'arcs de mise en position. Pour réduire le nombre d'arcs d'attente, nous proposons de modifier le réseau en considérant l'ensemble de mises en position défini comme suit :

$$M_2 = \{(a_s^t, d_{s'}^{t'}) \mid s \neq s', a_s^t \in A_s, d_{s'}^{t'} \in D_{s'}, t' = \min\{h \mid h \geq T_s^{s'} + t, d_{s'}^h \in D_{s'}\}\}.$$

Il s'agit tout simplement de connecter directement le noeud représentant l'arrivée d'une locomotive au noeud représentant le prochain départ qu'elle peut alimenter. De ce fait, aucun arc d'attente entre le noeud représentant l'arrivée d'une mise en position et le noeud représentant le prochain départ n'est créé. La figure 3.4 en donne une

illustration. Pour ainsi modifier le réseau, il a fallu résoudre un problème de plus court chemin entre chaque paire de station pour trouver la distance minimale. En effet, il a été donné seulement les distances séparant chaque station à ses voisines immédiates. On voit sur la figure 3.3 que, contrairement au réseau modifié, le réseau initial offre la suite de mises en position  $(m_1, m_3)$  comme alternative à la mise position  $m_2$  lorsqu'elle n'est pas possible. On peut dire que le réseau initial contient des possibilités de mise en position entre deux stations données plus celles existant dans le réseau modifié. Avec le réseau modifié, les temps de résolution diminuent mais la qualité des solutions est détériorée comme nous le verrons plus loin.

### Expérimentation numérique

Pour tester le nouveau modèle, nous avons résolu les mêmes scénarios décrits dans la section 3.4. Les résultats sont présentés dans les tableaux 3.4 et 3.5. Pour comparer ces résultats et ceux précédents présentés dans les tableaux 3.2 et 3.3, notons par  $\Delta_{s-c}$  la différence des nombres de trains non-couverts et par  $\Delta_{cpu}$  la différence des temps cpu de résolution.

Il a fallu en moyenne 8 minutes en temps cpu pour résoudre un problème sur une semaine et 48 minutes en temps cpu pour résoudre un problème sur un mois. Cette modification a entraîné une baisse moyenne des temps de résolution de plus de 80%. En effet, la taille des réseaux agrégés des locomotives non-critiques a été réduite en moyenne de près de 50%. Sur les 20 problèmes résolus et comparativement aux résultats précédemment obtenus, le taux de sous-couverture a augmenté de 1% malgré

Tableau 3.4 – Résultats sur un horizon d'une semaine : réduction de la taille des réseaux.

|                    | A139 | A120 | A110 | A100 | A90  | B229 | B180 | B170 | B160 | B150 |
|--------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $n_{lu}$           | 126  | 120  | 110  | 100  | 90   | 188  | 180  | 170  | 160  | 150  |
| $n_{s-c}$          | 0    | 6    | 24   | 101  | 210  | 0    | 15   | 81   | 177  | 298  |
| $\Delta_{s-c}$     | 0    | 1    | 0    | 3    | 1    | 0    | -3   | 6    | -5   | -5   |
| $n_{sac}$          | 58   | 69   | 65   | 46   | 31   | 114  | 104  | 81   | 69   | 61   |
| $km_{sac}(10^4)$   | 0.39 | 0.57 | 0.47 | 0.29 | 0.23 | 1.35 | 1.24 | 0.92 | 0.71 | 0.53 |
| $n_{avc}$          | 723  | 748  | 862  | 904  | 912  | 1160 | 1293 | 1335 | 1305 | 1310 |
| $km_{avc}(10^4)$   | 2.99 | 3.26 | 4.19 | 4.56 | 4.68 | 5.93 | 7.20 | 7.95 | 7.29 | 7.37 |
| $t_{cpu}(s)$       | 341  | 219  | 216  | 210  | 189  | 930  | 621  | 615  | 636  | 605  |
| $\Delta_{cpu}(\%)$ | -90  | -92  | -93  | -92  | -92  | -77  | -81  | -81  | -78  | -79  |
| $\%t_c$            | 67   | 46   | 46   | 47   | 46   | 68   | 44   | 43   | 40   | 39   |
| $\%t_{nc}$         | 32   | 51   | 52   | 51   | 52   | 30   | 54   | 55   | 58   | 59   |
| $n_{fr}$           | 8    | 8    | 6    | 7    | 6    | 29   | 26   | 26   | 23   | 22   |
| $km_{fr}(10^4)$    | 10.6 | 10.6 | 10.7 | 10.6 | 10.5 | 10.2 | 10.2 | 10.2 | 10.2 | 10.2 |
| $n_{na}$           | 50   | 53   | 49   | 50   | 43   | 91   | 96   | 90   | 88   | 80   |
| $km_{na}(10^4)$    | 1.07 | 1.07 | 1.08 | 1.07 | 1.09 | 1.01 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 |

Tableau 3.5 – Résultats sur un horizon d'un mois : réduction de la taille des réseaux.

|                    | C139 | C120 | C110 | C100 | C90  | D229 | D180 | D170 | D160 | D150 |
|--------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $n_{lu}$           | 126  | 120  | 110  | 100  | 90   | 192  | 180  | 170  | 160  | 150  |
| $n_{s-c}$          | 0    | 13   | 102  | 422  | 861  | 0    | 54   | 323  | 745  | 1244 |
| $\Delta_{s-c}$     | 0    | -1   | -1   | 5    | -3   | 0    | -6   | 22   | 6    | 50   |
| $km_{sac}(10^4)$   | 2.04 | 2.34 | 2.00 | 1.29 | 0.96 | 6.96 | 6.65 | 5.51 | 3.80 | 2.54 |
| $km_{avc}(10^4)$   | 12.3 | 13.1 | 16.8 | 18.4 | 18.9 | 21.0 | 27.7 | 29.8 | 27.0 | 26.5 |
| $t_{cpu}(s)$       | 2808 | 1195 | 1153 | 1106 | 1002 | 9084 | 3184 | 3254 | 3117 | 3181 |
| $\Delta_{cpu}(\%)$ | -87  | -93  | -92  | -91  | -92  | -71  | -81  | -80  | -83  | -80  |
| $\%t_c$            | 78   | 50   | 50   | 48   | 46   | 85   | 44   | 42   | 39   | 41   |
| $\%t_{nc}$         | 20   | 47   | 48   | 49   | 51   | 14   | 54   | 56   | 59   | 57   |
| $n_{fr}$           | 26   | 23   | 23   | 22   | 19   | 79   | 85   | 82   | 81   | 79   |
| $km_{fr}(10^4)$    | 10.5 | 10.5 | 10.6 | 10.6 | 10.7 | 10.2 | 10.3 | 10.3 | 10.3 | 10.3 |
| $n_{na}$           | 209  | 213  | 207  | 200  | 178  | 393  | 377  | 359  | 338  | 312  |
| $km_{na}(10^4)$    | 1.02 | 1.01 | 1.02 | 1.03 | 1.02 | 1.02 | 1.03 | 1.04 | 1.04 | 1.03 |



que 2 locomotives ont été utilisées en plus et que la distance totale parcourue en mise en position a légèrement augmenté.

### 3.5.2 Amélioration de la qualité des solutions

Dans cette section, nous tentons d'améliorer la qualité des solutions, précisément, réduire le nombre de locomotives utilisées et le taux de sous-couverture des trains qui sont relativement élevés tout en conservant au moins les acquis. Le fait de ne pas couvrir plusieurs trains est dû à plusieurs facteurs parmi lesquels on peut citer : la décomposition temporelle et le routage séquentiel des locomotives critiques. En plus, ces dernières sont routées à l'aide d'un algorithme de plus court chemin qui ne cherche qu'à les router sur des distances minimales qui leur permettent de faire assez de kilomètres tout en les dirigeant vers les ateliers d'entretien. Par conséquent, les trains pouvant être couverts seulement par les locomotives critiques dans une solution optimale pourraient ne pas l'être.

En premier, nous proposons de remettre en question certains entretiens des locomotives critiques une fois qu'ils sont effectués afin de repositionner ces locomotives. Ensuite, nous proposons de modifier les modèles de plus court chemin pour les locomotives critiques afin de mieux guider leur routage vers les trains qui sont difficiles à couvrir pour les locomotives non-critiques.

## Repositionnement des locomotives critiques

La modification de l'algorithme de base proposée dans cette section intervient lors du passage d'une tranche de temps  $k$  à la suivante  $k + 1$ . Elle consiste tout simplement à fixer pour les locomotives critiques les portions de routes construites à la tranche de temps  $k$  jusqu'au début de la tranche de temps  $k + 1$ . Ceci restreint ce qui était fait dans l'algorithme de base où ces portions de route étaient fixées jusqu'à l'entretien, même si celui-ci était effectué après le début de la tranche de temps  $k + 1$ .

La remise en question des trains couverts par les locomotives critiques sur l'intervalle de chevauchement entre la tranche de temps  $k$  et la suivante  $k + 1$  permet de mieux repositionner ces locomotives en vue de couvrir d'autres trains sur la tranche de temps suivante  $k + 1$ . En effet, l'horizon de la tranche de temps suivante devient plus large et les états réels des locomotives au début de la tranche de temps  $k + 1$  sont connus avec plus de précision, ce qui contribue à une meilleure distribution des entretiens des locomotives.

## Expérimentation numérique

Nous avons expérimenté cette stratégie sur les mêmes instances de données que celles définies dans la section 3.4.1. Les tableaux 3.6 et 3.7 rapportent les résultats obtenus pour les problèmes hebdomadaires et mensuels, respectivement. Ces tableaux indiquent que nous obtenons pratiquement les mêmes résultats que lorsqu'aucun repositionnement des locomotives critiques n'est opéré. L'amélioration de la qualité

Tableau 3.6 – Résultats sur un horizon d'une semaine : repositionnement des locomotives critiques.

|                    | A139 | A120 | A110 | A100 | A90  | B229 | B180 | B170 | B160 | B150 |
|--------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $n_{lu}$           | 125  | 120  | 110  | 100  | 90   | 191  | 180  | 170  | 160  | 150  |
| $n_{s-c}$          | 0    | 2    | 23   | 97   | 216  | 0    | 13   | 81   | 179  | 300  |
| $\Delta_{s-c}$     | 0    | -4   | -1   | -4   | 6    | 0    | -2   | 0    | 2    | 2    |
| $n_{sac}$          | 73   | 55   | 64   | 47   | 29   | 121  | 112  | 86   | 68   | 58   |
| $km_{sac}(10^4)$   | 0.53 | 0.40 | 0.60 | 0.36 | 0.18 | 1.61 | 1.27 | 0.79 | 0.86 | 0.57 |
| $n_{avc}$          | 737  | 752  | 875  | 928  | 894  | 1148 | 1253 | 1300 | 1310 | 1276 |
| $km_{avc}(10^4)$   | 3.31 | 3.26 | 4.21 | 4.62 | 4.54 | 6.13 | 6.92 | 7.42 | 7.58 | 6.82 |
| $t_{cpu}(s)$       | 291  | 205  | 186  | 184  | 188  | 903  | 637  | 636  | 630  | 606  |
| $\Delta_{cpu}(\%)$ | -14  | -6.4 | -13  | -12  | -0.8 | -2.8 | 2.7  | 3.3  | -1.0 | 0.2  |
| $\%t_c$            | 58   | 40   | 45   | 38   | 38   | 64   | 41   | 38   | 36   | 36   |
| $\%t_{nc}$         | 40   | 57   | 53   | 59   | 59   | 34   | 57   | 60   | 62   | 62   |
| $n_{fr}$           | 6    | 7    | 7    | 7    | 6    | 27   | 25   | 28   | 25   | 23   |
| $km_{fr}(10^4)$    | 10.7 | 10.6 | 10.6 | 10.7 | 10.5 | 10.2 | 10.2 | 10.1 | 10.2 | 10.2 |
| $n_{na}$           | 56   | 50   | 51   | 49   | 41   | 101  | 87   | 87   | 86   | 75   |
| $km_{na}(10^4)$    | 1.08 | 1.07 | 1.07 | 1.07 | 1.08 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 0.99 | 1.00 |

Tableau 3.7 – Résultats sur un horizon d'un mois : repositionnement des locomotives critiques.

|                    | C139 | C120 | C110 | C100 | C90  | D229 | D180 | D170 | D160 | D150 |
|--------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $n_{lu}$           | 124  | 120  | 110  | 100  | 90   | 192  | 180  | 170  | 160  | 150  |
| $n_{s-c}$          | 0    | 12   | 102  | 406  | 892  | 0    | 94   | 292  | 705  | 1178 |
| $\Delta_{s-c}$     | 0    | -1   | 0    | -16  | 31   | 0    | 40   | -31  | -40  | -66  |
| $km_{sac}(10^4)$   | 2.30 | 2.26 | 2.30 | 1.13 | 0.74 | 6.95 | 6.27 | 4.88 | 3.90 | 2.17 |
| $km_{avc}(10^4)$   | 13.4 | 13.0 | 16.9 | 18.1 | 18.4 | 20.2 | 26.3 | 30.0 | 26.9 | 26.5 |
| $t_{cpu}(s)$       | 2895 | 1065 | 1082 | 993  | 974  | 7889 | 3090 | 3108 | 3067 | 2949 |
| $\Delta_{cpu}(\%)$ | 3    | -10  | -6   | -10  | -2   | -13  | -2   | -4   | -1   | -7   |
| $\%t_c$            | 78   | 45   | 44   | 43   | 44   | 82   | 44   | 41   | 38   | 35   |
| $\%t_{nc}$         | 21   | 52   | 53   | 55   | 54   | 16   | 54   | 57   | 59   | 62   |
| $n_{fr}$           | 26   | 20   | 21   | 21   | 20   | 77   | 83   | 85   | 78   | 74   |
| $km_{fr}(10^4)$    | 10.7 | 10.5 | 10.7 | 10.7 | 10.6 | 10.3 | 10.4 | 10.4 | 10.4 | 10.3 |
| $n_{na}$           | 222  | 220  | 217  | 203  | 180  | 382  | 376  | 360  | 344  | 315  |
| $km_{na}(10^4)$    | 1.01 | 1.01 | 1.01 | 1.03 | 1.02 | 1.03 | 1.02 | 1.04 | 1.03 | 1.03 |

des solutions n'est pas stable. En effet, bien que les locomotives critiques soient repositionnées, on peut dire qu'elles ne sont pas mieux guidées dans leur routage. Les temps de résolution sont, par contre, sensiblement réduits. Le pourcentage de temps consacré au routage des locomotives critiques passe en moyenne de 60% à 50%. Par conséquent, nous pratiquerons le repositionnement dans les tests futurs.

### **Routage des locomotives critiques**

Dans l'approche de base et lors du routage d'une locomotive critique, cette dernière se positionne à la station la conduisant à un entretien le plus tôt possible. Elle couvre les trains se trouvant sur son plus court chemin et satisfaisant aux contraintes de maintenance. Nous proposons de modifier ce modèle pour permettre, en plus, de bien positionner la locomotive, de couvrir lorsque possible les trains qui sont difficiles à couvrir pour les locomotives non-critiques. Nous proposons la stratégie suivante.

- À chaque tranche de temps, nous résolvons préalablement la relaxation linéaire du modèle (3.28)-(3.32) d'affectation et routage des locomotives non-critiques. Dans ce problème, toutes les locomotives critiques et non-critiques sont considérées.
- La solution de cette relaxation linéaire ne satisfait pas les contraintes d'entretien des locomotives du fait qu'elles sont relaxées mais elle fournit les valeurs duales associées aux contraintes (3.29) de couverture des trains. Ces valeurs duales nous renseignent sur le niveau de difficulté à couvrir chaque train. Ceux qui ont les plus grandes valeurs duales sont supposés être les plus difficiles à couvrir.
- Le réseau de chaque locomotive critique  $l \in L^c$  est construit de la même manière que dans l'approche de base sauf que les coûts des arcs de train sont modifiés à

l'aide des valeurs duales associées aux contraintes (3.29) de couverture des trains. Concrètement, la modification de l'algorithme de base consiste à redéfinir dans la formule (3.19) les coûts sur les arcs de train à l'aide d'une des deux formules suivantes :

$$\bar{c}_{ij}^l = -\pi_{ij}, \quad \forall (i, j) \in W^l \quad (3.34)$$

$$\bar{c}_{ij}^l = -\pi_{ij}, \quad \forall (i, j) \in W^l \text{ et } \pi_{ij} > 0 \quad (3.35)$$

où les  $\pi_{ij}$ ,  $(i, j) \in W^l$ , sont les valeurs duales relatives aux contraintes (3.29) de couverture des trains. Elles sont fournies par une solution de la relaxation linéaire du problème (3.28)-(3.32). Ces valeurs duales peuvent aussi être obtenues à partir des valeurs duales relatives aux noeuds du réseau ou aux coûts. En effet, on a les égalités suivantes :

$$\pi_{ij} = \pi_i - \pi_j = \gamma_{ij} - \hat{c}_{ij},$$

où  $\pi_i$  et  $\pi_j$  sont, respectivement, les valeurs duales associées aux contraintes de conservation de flot aux noeuds  $i$  et  $j$ ,  $\gamma_{ij}$  est le coût de pénalité associé à la sous-couverture du train représenté par l'arc  $(i, j)$  et  $\hat{c}_{ij}$  est le coût réduit de l'arc  $(i, j)$ .

La formule (3.35) permet d'attirer les locomotives critiques vers les trains qui ont des valeurs duales positives. Les degrés d'attraction augmentent en fonction des valeurs duales relatives aux trains. La formule (3.34) pénalise en plus les trains qui ont des valeurs duales négatives. Sur une série de tests que nous avons effectuée, nous avons constaté que ces deux formules donnent presque la même qualité de solution du point de vue du nombre de locomotives utilisées et nombre de trains couverts. Par contre, la formule (3.34) détériore légèrement la distance totale parcourue en mise en position. Par conséquent, dans tous les tests qui suivent, nous utiliserons la formule (3.35).

## Expérimentation numérique

Dans cette section, nous présentons les résultats numériques obtenus en utilisant l'information duale dans le routage des locomotives critiques. Ces résultats sont rapportés dans les tableaux 3.8 et 3.9. Ensuite, nous comparons ces résultats et les résultats obtenus précédemment et présentés dans les tableaux 3.6 et 3.7. Nous avons utilisé les mêmes instances de données que celles décrites dans la section 3.4.1. Notons par  $\%t_{rl}$  le pourcentage de temps consacré à la résolution de la relaxation linéaire du problème d'affectation des locomotives non-critiques.

Tableau 3.8 – Résultats sur un horizon d'une semaine : utilisation de l'information duale.

|                    | A139 | A120 | A110 | A100 | A90  | B229 | B180 | B170 | B160 | B150 |
|--------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $n_{lu}$           | 121  | 120  | 110  | 100  | 90   | 185  | 180  | 170  | 160  | 150  |
| $n_{s-c}$          | 0    | 1    | 18   | 90   | 207  | 0    | 12   | 53   | 156  | 275  |
| $\Delta_{s-c}$     | 0    | -1   | -5   | -7   | -9   | 0    | -1   | -28  | -23  | -25  |
| $n_{sac}$          | 54   | 72   | 56   | 42   | 29   | 115  | 121  | 101  | 74   | 69   |
| $km_{sac}(10^4)$   | 0.34 | 0.49 | 0.40 | 0.30 | 0.15 | 1.54 | 1.46 | 1.03 | 0.76 | 0.67 |
| $n_{avc}$          | 756  | 791  | 881  | 918  | 903  | 1194 | 1263 | 1374 | 1363 | 1292 |
| $km_{avc}(10^4)$   | 3.07 | 3.34 | 4.14 | 4.58 | 4.47 | 5.74 | 6.68 | 7.71 | 7.40 | 6.90 |
| $t_{cpu}(s)$       | 409  | 298  | 246  | 197  | 207  | 1156 | 850  | 699  | 711  | 711  |
| $\Delta_{cpu}(\%)$ | 40.6 | 44.8 | 32.0 | 6.74 | 10.2 | 28.0 | 33.3 | 10.0 | 12.8 | 17.2 |
| $\%t_{rl}$         | 28   | 33   | 28   | 19   | 19   | 18   | 22   | 9    | 9    | 9    |
| $\%t_c$            | 42   | 27   | 28   | 32   | 29   | 54   | 33   | 35   | 35   | 31   |
| $\%t_{nc}$         | 27   | 37   | 41   | 46   | 50   | 25   | 43   | 54   | 54   | 58   |
| $n_{fr}$           | 6    | 9    | 8    | 7    | 8    | 27   | 25   | 26   | 26   | 26   |
| $km_{fr}(10^4)$    | 10.7 | 10.5 | 10.6 | 10.6 | 10.4 | 10.3 | 10.2 | 10.1 | 10.2 | 10.1 |
| $n_{na}$           | 55   | 55   | 50   | 50   | 43   | 99   | 98   | 92   | 91   | 82   |
| $km_{na}(10^4)$    | 1.06 | 1.06 | 1.08 | 1.07 | 1.07 | 0.99 | 0.99 | 0.99 | 0.99 | 1.00 |

Ces résultats montrent une amélioration substantielle du taux de sous-couverture,

Tableau 3.9 — Résultats sur un horizon d'un mois : utilisation de l'information duale.

|                    | C139 | C120 | C110 | C100 | C90  | D229 | D180 | D170 | D160 | D150 |
|--------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $n_{lu}$           | 123  | 120  | 110  | 100  | 90   | 194  | 180  | 170  | 160  | 150  |
| $n_{s-c}$          | 0    | 9    | 75   | 352  | 809  | 0    | 47   | 214  | 611  | 1093 |
| $\Delta_{s-c}$     | 0    | -3   | -27  | -54  | -83  | 0    | -47  | -78  | -94  | -85  |
| $km_{sac}(10^4)$   | 1.94 | 1.98 | 1.93 | 1.08 | 0.77 | 6.16 | 6.17 | 5.05 | 3.47 | 2.66 |
| $km_{avc}(10^4)$   | 11.5 | 12.2 | 16.1 | 18.2 | 18.4 | 17.3 | 24.8 | 29.0 | 27.9 | 26.5 |
| $t_{cpu}(s)$       | 3298 | 1347 | 1225 | 1119 | 1052 | 9000 | 3611 | 3402 | 3434 | 3429 |
| $\Delta_{cpu}(\%)$ | 13   | 26   | 13   | 12   | 8    | 14   | 16   | 9    | 11   | 16   |
| $\%t_{rl}$         | 16   | 21   | 18   | 16   | 17   | 11   | 14   | 9    | 9    | 10   |
| $\%t_c$            | 64   | 33   | 33   | 33   | 32   | 73   | 36   | 36   | 35   | 33   |
| $\%t_{nc}$         | 18   | 43   | 46   | 48   | 48   | 14   | 47   | 53   | 53   | 55   |
| $n_{fr}$           | 25   | 23   | 23   | 23   | 20   | 81   | 84   | 82   | 85   | 73   |
| $km_{fr}(10^4)$    | 10.5 | 10.5 | 10.5 | 10.6 | 10.5 | 10.3 | 10.4 | 10.3 | 10.4 | 10.4 |
| $n_{na}$           | 221  | 214  | 212  | 204  | 176  | 384  | 374  | 370  | 346  | 322  |
| $km_{na}(10^4)$    | 1.01 | 1.01 | 1.02 | 1.02 | 1.02 | 1.02 | 1.02 | 1.03 | 1.02 | 1.03 |

pour chacune de ces instances, soit en moyenne une diminution de 13%. De même, le nombre de locomotives utilisées a aussi diminué. Par contre, on note une augmentation moyenne de 13% des temps de résolution qui est due à la résolution d'un problème supplémentaire dont la solution fournit l'information duale utilisée pour mieux guider les locomotives critiques dans leur routage. La moyenne des pourcentages de temps consacré au routage des locomotives non-critiques y compris la recherche de l'information duale est supérieure à celle consacrée au routage des locomotives critiques, d'où la nécessité de les réduire afin d'améliorer les temps de résolution. Les distances totales parcourues en mise en position ont légèrement diminué.

En comparant une solution  $S_1$  obtenue sans utiliser l'information duale et une autre solution  $S_2$  obtenue avec utilisation de l'information duale pour positionner les loco-

motives et les guider dans leur routage, nous constatons les points suivants :

- Dans la solution  $S_2$ , certaines locomotives critiques :
  - sont repositionnées à des stations autres que celles dans la solution A où elles débutent les tranches de temps,
  - sont déviées des chemins parcourus dans la solution  $S_1$ ,
  - effectuent leurs entretiens à d’autres ateliers leur permettant de couvrir des trains qui ont des valeurs duales très élevées.
- Le nombre de trains couverts par les locomotives critiques dans la solution  $S_2$  en amont de leurs entretiens est plus élevé que ceux dans la solution  $S_1$ .
- Dans les deux solutions,  $S_1$  et  $S_2$ , la priorité pour les locomotives critiques de se rendre en entretien le plus tôt possible est fortement respectée. De ce fait, la majeure partie des mises en position avec conducteur utilisées par les locomotives critiques servent à les amener en entretien ou à les sortir de leurs positions initiales.

### 3.6 Conclusion

Nous avons proposé un modèle et une approche de résolution d’une variante du problème d’affectation de locomotives aux trains incluant plusieurs types d’entretien à moyen et long terme. Dans cette variante, les entretiens peuvent avoir lieu en tout temps à certaines stations et les dates ne sont pas connues a priori car elles dépendent des distances parcourues et celles enregistrées au début de l’horizon pour chaque locomotive. Des améliorations ont été apportées à l’approche de résolution de base proposée qui donnait déjà de bonnes solutions. Des applications ont été faites sur



des problèmes comportant des données réelles et sur des scénarios dont les données ont été générées à partir de ces données réelles. Nous avons obtenu des résultats de bonne qualité en quelques minutes. En effet, les deux scénarios comportant des données réelles ont été résolus en utilisant, respectivement, 87% et 82% des locomotives disponibles. Et même, un nombre optimal de locomotives a été utilisé pour le premier scénario. Tous les trains ont été couverts et les contraintes d'entretien ont été satisfaites. Plus de la moitié des locomotives utilisées ont subi un entretien au courant de la semaine. L'objectif qui consistait à effectuer les entretiens le plus tôt possible a été rencontré. D'après les résultats obtenus, le problème réel sur une semaine, A139, comportant 3061 trains a été résolu en 7 minutes et celui, B229, comportant 4666 trains à couvrir a été résolu en 20 minutes. On peut dire que l'approche de résolution proposée s'applique bien au cas où, jusqu'à 60% des locomotives utilisées vont subir un ou deux entretiens durant la semaine et les 40% restant ne vont pas en entretien.

## CHAPITRE 4 : ACCÉLÉRATION DES TEMPS DE RÉOLUTION

### 4.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous proposons deux améliorations de l'approche de base présentée au chapitre 3 pour résoudre le problème d'affectation de locomotives aux trains défini au chapitre 2. L'objectif est de réduire les temps de résolution sans détériorer la qualité des solutions. Ainsi, nous proposons un changement du modèle d'affectation des locomotives non-critiques et une réduction des tailles des réseaux.

La première amélioration porte sur une formulation de type réseau du problème de routage des locomotives non-critiques. Ceci est possible grâce à l'agrégation des réseaux des locomotives non-critiques en un seul réseau et au fait que les locomotives sont du même type. En effet, chaque train est représenté par un seul arc dans le réseau agrégé. Par conséquent, les contraintes de couverture des trains peuvent être remplacées par des bornes et des coûts d'attraction sur les arcs de train.

La deuxième amélioration consiste à réduire la taille des réseaux, plus précisément, le nombre d'arcs de mise en position avec conducteur. Une méthode simple et une méthode améliorée sont présentées. La méthode simple consiste à supprimer parmi les mises en position potentielles celles qui sont redondantes ou celles qui sont jugées peu pertinentes. La méthode améliorée est itérative. Elle démarre avec un nombre

restreint de mises en position puis, à chaque itération, d'autres sont sélectionnées en fonction de leurs coûts réduits.

Le lecteur s'étonnera peut-être à cet «acharnement» à vouloir réduire les temps de résolution. La raison est la suivante : on a en vue au chapitre 5 de résoudre un problème sur une semaine de taille 5 à 6 fois plus grande que ceux déjà résolus. Cela nous amènera à le découper en de problèmes de taille moyenne pour pouvoir le résoudre en un temps raisonnable. Or un gain de temps obtenu en résolvant un problème de taille moyenne pourra servir à avoir un découpage plus grossier et donc moins heuristique.

## 4.2 Modèle réseau pour l'affectation des locomotives non-critiques

Dans l'approche de base, nous avons introduit dans le modèle d'affectation des locomotives non-critiques des variables d'écart permettant d'introduire la possibilité de ne pas couvrir des trains en cas de manque de locomotives. Par contre, l'introduction de ces variables d'écart dans les contraintes de couverture des trains détruit la structure de problème de flot à coût minimum sous-jacente pour donner une formulation comme programme linéaire en nombres entiers qui prend plus de temps à résoudre. En adoptant le point de vue qui consiste à mettre des coûts d'attraction et des bornes sur les arcs de train au lieu d'introduire des variables d'écart et de pénaliser leur utilisation, on obtient un modèle de flot à coût minimum. Ce dernier se résout facilement par la version réseau de l'algorithme du simplexe.

### 4.2.1 Description du réseau agrégé

La figure 4.1 présente le réseau agrégé des locomotives non-critiques. Le réseau est composé d'un noeud origine, noté  $o$ , d'autant de noeuds que de locomotives non-critiques, des noeuds de stations et un noeud destination noté  $d$ . Il comporte des arcs d'entrée reliant le noeud origine aux noeuds  $o^l$  représentant les locomotives non-critiques, des arcs reliant les noeuds  $o^l$  aux noeuds représentant la position de chaque locomotive (notons que ces positions varient en fonction des tranches de temps), des arcs de train, des arcs de mise en position avec ou sans conducteur et des arcs de sortie. Le réseau ne comporte pas d'arcs et de noeuds d'entretien. Les coûts sur les arcs sont les mêmes que ceux définis dans le chapitre 3 sauf pour les arcs de train pour lesquels on y soustrait, pour chacun, la pénalité de sous-couverture de train.

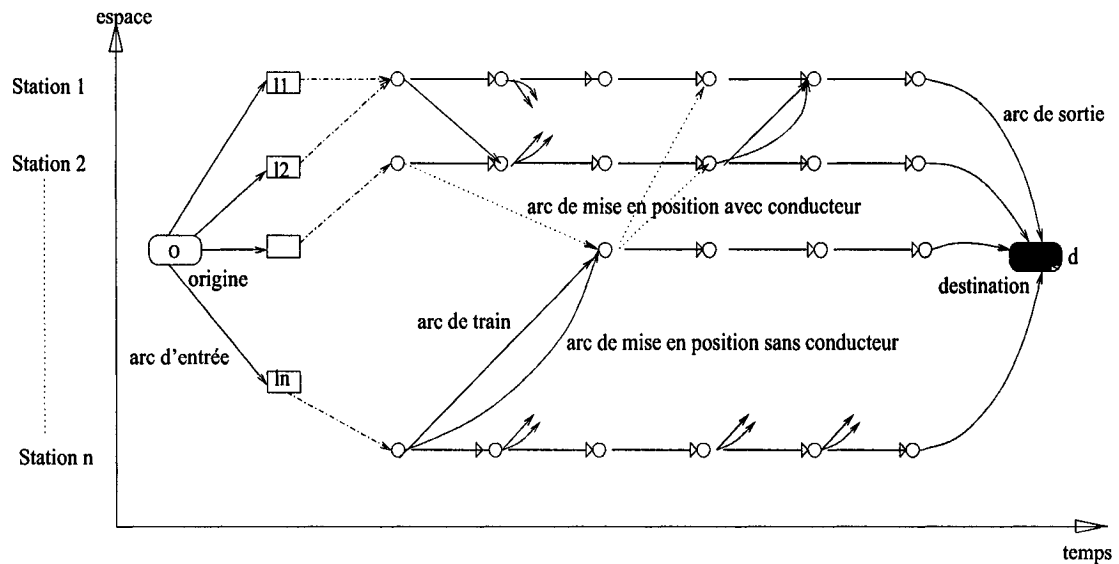


Figure 4.1 – Réseau agrégé des locomotives non-critiques.

### 4.2.2 Formulation mathématique

Le modèle (3.28)-(3.33) en nombres entiers utilisé pour router les locomotives non-critiques est équivalent au modèle de flot à coût minimum suivant :

$$\min \sum_{(i,j) \in U} c_{ij} X_{ij} - \sum_{w \in \overline{W}} \gamma_w X_{ij(w)} \quad (4.1)$$

sujet à :

$$X_{oj} = 1, \quad \forall (o, j) \in I \quad (4.2)$$

$$\sum_{j: (i,j) \in U} X_{ij} - \sum_{j: (j,i) \in U} X_{ji} = 0, \quad \forall i \in V \setminus \{o, d\} \quad (4.3)$$

$$X_{ij(w)} \leq \overline{n}_w, \quad \forall w \in \overline{W} \quad (4.4)$$

$$X_{ij} \geq 0 \text{ et entier}, \quad \forall (i, j) \in U. \quad (4.5)$$

En effet, dans le réseau agrégé, un train  $w \in \overline{W}$  est représenté par un seul arc, noté  $ij(w)$ , donc, on peut réécrire les contraintes (3.29) comme suit :

$$X_{ij(w)} + Y_w = \overline{n}_w$$

Si on remplace  $Y_w$  par sa valeur  $\overline{n}_w - X_{ij(w)}$  dans le modèle (3.28)-(3.33), alors on déduit facilement que la fonction objectif (3.28) est équivalente à celle (4.1). En outre, les contraintes (3.33) sont équivalentes aux contraintes (4.4) et, finalement, on obtient le modèle (4.1)-(4.5). Il est bien connu que, dans ce modèle, les contraintes d'intégrité sont redondantes et peuvent donc être omises.

Le réseau sous-jacent (fig. 4.1) est celui résultant de l'agrégation des réseaux des locomotives non-critiques. Les contraintes (4.2) définissent sur les arcs d'entrée les

bornes  $[1, 1]$ ,  $j \in V$ ,  $(o, j) \in I$ , forçant ainsi chaque locomotive non-critique à sortir du noeud origine. Les contraintes (4.4) imposent sur les arcs de train les bornes supérieures  $[0, \bar{n}_w]$  où  $\bar{n}_w$  est la demande en nombre de locomotives sur le train  $w \in \bar{W}$  non encore satisfaite. La conservation de flot de locomotives dans le réseau est modélisée par les contraintes (4.2)-(4.5).

### 4.2.3 Utilisation de l'information duale

Avec le modèle de flot à coût minimum ci-dessus, nous perdons l'information duale précédemment utilisée pour améliorer la qualité des solutions. En effet, les contraintes de couverture des trains associées à cette information duale ont été remplacées par des bornes et des coûts d'attraction sur les arcs de train. Nous retrouvons donc les valeurs duales relatives aux arcs de train à partir des valeurs duales relatives aux contraintes de conservation de flot. Par conséquent, à chaque routage d'une locomotive critique  $l \in L^c$ , le coût sur tout arc de train  $(i, j) \in W^l$  dans le réseau  $G^l$  est ainsi redéfini :

$$\bar{c}_{ij}^l = -\pi'_{ij} = \pi'_i - \pi'_j, \quad \forall (i, j) \in W^l \text{ et } \pi'_{ij} > 0 \quad (4.6)$$

où  $\pi'_i$ ,  $\pi'_j$  et  $\pi'_{ij}$  sont les valeurs duales associées, respectivement, aux noeuds  $i$ ,  $j$  et à l'arc  $(i, j)$ . Elles sont fournies par une solution du problème (4.1)-(4.5).

### 4.2.4 Tests numériques

Les résultats obtenus sont consignés dans les tableaux 4.1 et 4.2. Nous avons utilisé les mêmes instances de données décrites dans la section 3.4.1. Les lignes désignées

par  $\Delta_{s-c}$  et par  $\Delta_{cpu}$  comparent le nombre de sous-couvertures des trains et les temps de résolution obtenus et ceux des tableaux 3.8 et 3.9, respectivement.

Tableau 4.1 – Résultats sur un horizon d’une semaine : un modèle de flot à coût minimum pour le routage des locomotives non-citiques.

|                    | A139 | A120 | A110 | A100 | A90  | B229 | B180 | B170 | B160 | B150 |
|--------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $n_{lu}$           | 121  | 120  | 110  | 100  | 90   | 189  | 180  | 170  | 160  | 150  |
| $n_{s-c}$          | 0    | 1    | 17   | 90   | 203  | 0    | 10   | 50   | 165  | 271  |
| $\Delta_{s-c}$     | 0    | 0    | -1   | 0    | -4   | 0    | -2   | -3   | 9    | -4   |
| $n_{sac}$          | 63   | 63   | 60   | 36   | 22   | 101  | 102  | 80   | 73   | 62   |
| $km_{sac}(10^4)$   | 0.46 | 0.48 | 0.52 | 0.22 | 0.15 | 1.34 | 1.24 | 1.09 | 0.82 | 0.67 |
| $n_{avc}$          | 772  | 769  | 853  | 912  | 929  | 1117 | 1266 | 1374 | 1332 | 1319 |
| $km_{avc}(10^4)$   | 3.26 | 3.25 | 4.12 | 4.65 | 4.79 | 5.62 | 6.66 | 8.19 | 7.46 | 6.90 |
| $t_{cpu}(s)$       | 211  | 124  | 117  | 105  | 95.4 | 777  | 373  | 294  | 277  | 279  |
| $\Delta_{cpu}(\%)$ | -48  | -58  | -52  | -46  | -54  | -32  | -56  | -57  | -60  | -60  |
| $\%t_{rl}$         | 13   | 19   | 15   | 12   | 12   | 4    | 7    | 6    | 6    | 6    |
| $\%t_c$            | 72   | 57   | 60   | 61   | 58   | 89   | 81   | 79   | 78   | 79   |
| $\%t_{nc}$         | 12   | 20   | 21   | 23   | 26   | 4    | 9    | 11   | 12   | 12   |
| $n_{fr}$           | 10   | 7    | 8    | 8    | 7    | 27   | 28   | 23   | 26   | 22   |
| $km_{fr}(10^4)$    | 10.5 | 10.6 | 10.6 | 10.6 | 10.5 | 10.2 | 10.1 | 10.1 | 10.2 | 10.1 |
| $n_{na}$           | 57   | 50   | 52   | 49   | 43   | 98   | 95   | 97   | 81   | 83   |
| $km_{na}(10^4)$    | 1.06 | 1.08 | 1.08 | 1.06 | 1.08 | 1.01 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 0.99 |

Étant donné que nous ne résolvons pas le problème en nombres entiers (3.28)-(3.32) en tant que tel mais plutôt sa relaxation linéaire, nous n’avons donc pas exactement la même information duale que celle fournie par la solution du problème (4.1)-(4.5). En plus, les algorithmes de résolution ne sont pas les mêmes. Cependant, nous remarquons qu’une solution du modèle de type réseau renferme plus de valeurs duales nulles relatives aux arcs de train qu’une solution de la relaxation linéaire du modèle en nombres entiers du même problème. En d’autres termes, on a :

$$|\{(i, j) \in \overline{W} | \pi_{ij} = 0\}| \leq |\{(i, j) \in \overline{W} | \pi'_{ij} = 0\}|.$$

Tableau 4.2 – Résultats sur un horizon d'un mois : un modèle de flot à coût minimum pour le routage des locomotives non-critiques.

|                    | C139 | C120 | C110 | C100 | C90  | D229 | D180 | D170 | D160 | D150 |
|--------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $n_{lu}$           | 124  | 120  | 110  | 100  | 90   | 191  | 180  | 170  | 160  | 150  |
| $n_{s-c}$          | 0    | 7    | 73   | 360  | 814  | 0    | 59   | 218  | 616  | 1087 |
| $\Delta_{s-c}$     | 0    | -2   | -2   | 8    | 5    | 0    | 12   | 4    | 5    | -6   |
| $km_{sac}(10^4)$   | 2.07 | 1.89 | 2.05 | 1.25 | 0.80 | 6.25 | 5.75 | 5.03 | 3.56 | 2.84 |
| $km_{avc}(10^4)$   | 10.9 | 12.4 | 16.0 | 18.5 | 18.5 | 18.8 | 24.6 | 28.8 | 28.6 | 26.9 |
| $t_{cpu}(s)$       | 2495 | 761  | 746  | 683  | 630  | 8094 | 1893 | 1777 | 1664 | 1551 |
| $\Delta_{cpu}(\%)$ | -24  | -43  | -39  | -38  | -40  | -10  | -47  | -47  | -51  | -54  |
| $\%t_{rl}$         | 6    | 14   | 12   | 12   | 12   | 2    | 8    | 8    | 7    | 7    |
| $\%t_c$            | 85   | 61   | 63   | 62   | 60   | 93   | 77   | 76   | 76   | 75   |
| $\%t_{nc}$         | 6    | 21   | 21   | 23   | 24   | 2    | 12   | 12   | 13   | 14   |
| $n_{fr}$           | 25   | 23   | 23   | 23   | 20   | 81   | 84   | 82   | 85   | 73   |
| $km_{fr}(10^4)$    | 10.5 | 10.5 | 10.5 | 10.6 | 10.5 | 10.3 | 10.4 | 10.3 | 10.4 | 10.4 |
| $n_{na}$           | 221  | 214  | 212  | 204  | 176  | 384  | 374  | 370  | 346  | 322  |
| $km_{na}(10^4)$    | 1.01 | 1.01 | 1.02 | 1.02 | 1.02 | 1.02 | 1.02 | 1.03 | 1.02 | 1.03 |

Par conséquent, on peut dire que l'information duale fournie par une solution du modèle de type réseau nous renseigne un peu moins que celle fournie par une solution de la relaxation linéaire du modèle en nombres entiers sur les difficultés pour les locomotives critiques à couvrir les trains. Cependant l'avantage à pouvoir résoudre les modèles de type réseau plus rapidement est sans commune mesure par rapport à ce léger désavantage.

Le remplacement du modèle en nombres entiers par un modèle de type réseau a pour effet de réduire les temps de résolution consacrés au routage des locomotives non-critiques de plus de 80% et ceux consacrés à la recherche de l'information duale de 70%. Comme, la somme de ces temps dans les résultats précédents représentait en moyenne 50% des temps totaux de résolution des problèmes et que les temps consa-



crés au routage des locomotives critiques ont augmenté de 7%, les temps totaux sont réduits d'environ 40%. Maintenant, plus de 80% des temps totaux est consacré au routage des locomotives critiques. La qualité des solutions s'est légèrement détériorée. Le nombre d'entretiens effectués par les locomotives critiques a diminué. Ceci confirme que l'attrait des locomotives critiques vers les trains difficiles à couvrir a diminué d'intensité. Bien que les temps de résolution vont rester élevés, on pourrait choisir de résoudre la relaxation linéaire du modèle en nombres entiers pour obtenir l'information duale afin de positionner et guider les locomotives critiques puis résoudre le modèle de type réseau pour router les locomotives non-critiques.

### 4.3 Sélection de mises en position potentielles

Les problèmes d'affectation de locomotives aux trains sont formulés comme des programmes en nombres entiers de grande taille qui sont résolus par des approches heuristiques de programmation mathématique. Pour obtenir des solutions de bonne qualité lorsque l'horaire n'est pas équilibré à chaque station, des mises en position avec conducteur sont utilisées. Ces dernières sont des déplacements de locomotives sans traction de wagons et sans qu'elles ne soient accrochées à un train existant. En général, pour un problème hebdomadaire comportant 5000 trains, on a recours à quelques centaines de mises en position. L'identification a priori de celles-ci n'étant pas facile, les modèles comportent un très grand nombre de mises en position potentielles ce qui augmente considérablement les temps de résolution.

Nous proposons une méthode efficace de sélection des mises en position potentielles.

Elle débute par une analyse des déséquilibres de l'horaire des trains afin de définir les profils de départ et d'arrivée des mises en position à générer. Elle se poursuit par une élimination successive d'un bon nombre d'entre elles qui s'avèrent superflues ou peu prometteuses. La sélection s'achève par une génération dynamique de mises en position supplémentaires susceptibles d'améliorer la solution du problème. Cette dernière étape utilise la solution duale du problème (4.1)-(4.5) d'affectation des locomotives sans contrainte d'entretien.

### 4.3.1 Quelques rappels et notations

L'approche de résolution proposée décompose le problème dans le temps. À chaque tranche de temps, chaque locomotive critique (nécessitant un entretien) est routée seule dans son propre réseau tandis que celles non-critiques sont affectées aux trains simultanément dans un réseau résultant d'une agrégation de leurs réseaux respectifs. Les locomotives non-critiques ne nécessitent pas d'entretien. Par conséquent, les affecter aux trains revient à résoudre un problème de flot à coût minimum. Ce dernier se résout rapidement et à l'optimalité.

Les réseaux des locomotives sont de type espace-temps. La figure 4.2 en donne une illustration. L'axe horizontal représente le temps et celui vertical représente les stations. Les arcs en continu représentent des trains prévus dans l'horaire. Les arcs en pointillés représentent les mises en position possibles.

Notons  $A_s$  l'ensemble des arrivées de train à la station  $s \in S$  et  $D_s$  l'ensemble des

départs de train à la station  $s \in S$ . On dénote par  $d_s^t$  l'événement « départ d'un train de la station  $s \in S$  à l'instant  $t \in [0, T]$  » et par  $a_s^t$  l'événement « arrivée d'un train à la station  $s \in S$  à l'instant  $t \in [0, T]$  ». Chaque événement est associé à certains noeuds du réseau. On dénotera parfois les noeuds du réseau par  $i$  ou  $j$ , ou encore par  $d_s^t$  ou  $a_s^t$  s'ils sont associés à ces événements. Notons par  $T_s^{s'}$  la durée minimale nécessaire pour déplacer une locomotive de la station  $s \in S$  à la station  $s' \in S$ . Cette durée inclut le temps minimum de connexion à la station d'arrivée  $s'$  et elle vaut  $+\infty$  s'il n'existe pas de tronçon de voie ferrée reliant les deux stations.

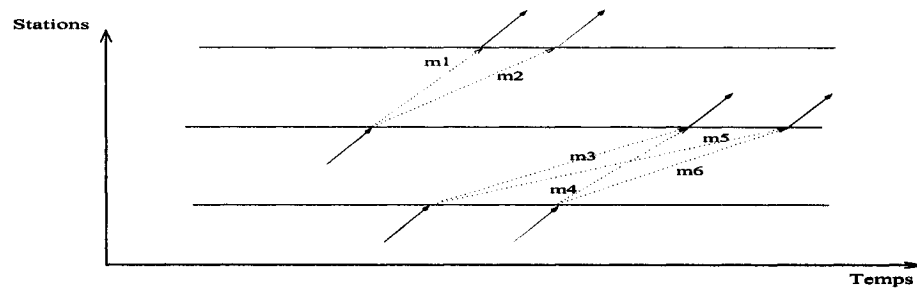


Figure 4.2 – Mises en position possibles

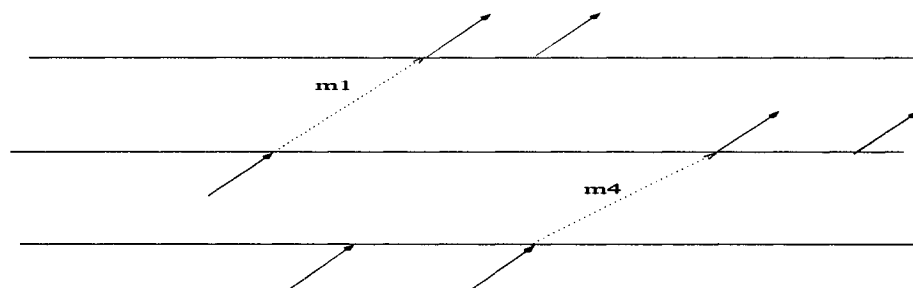


Figure 4.3 – Mises en position potentielles retenues

### 4.3.2 Sélection simple de mises en position potentielles

Comme dans l'approche de résolution où les locomotives sont affectées séparément, les mises en position sont sélectionnées différemment selon qu'elles permettent de positionner des locomotives critiques ou non-critiques. En effet, les objectifs visés dans l'affectation d'une catégorie de locomotives et les façons de procéder ne sont pas les mêmes.

#### Mises en position pour les locomotives non-critiques

La méthode de sélection simple de mises en position pour les locomotives non-critiques, dénotée SSMP, procède en deux étapes :

1. On sélectionne l'ensemble des mises en position,

$$M = \{(a_s^t, d_{s'}^{t'}) | a_s^t \in A_s, d_{s'}^{t'} \in D_{s'}, (s, s') \in S \times S, s \neq s' \text{ et } T_s^{s'} \leq t' - t\}.$$

La figure 4.2 en donne une illustration.

2. On supprime toutes les mises en position redondantes. Une mise en position  $m_1 = (a_s^{t_1}, d_{s'}^{t'_1}) \in M$  est dite redondante si et seulement s'il existe une autre mise en position débutant plus tard ou au même moment à la station  $s$  et arrivant plus tôt ou au même moment à la station  $s'$ . En d'autres termes,  $m_1$  est redondante si et seulement s'il existe une mise en position  $m_2 \in M$ ,  $m_2 = (a_s^{t_2}, d_{s'}^{t'_2})$  telle que  $t_1 \leq t_2$  et  $t'_2 \leq t'_1$ . La suppression des mises en position redondantes n'affecte pas la qualité des solutions.

On observe sur la figure 4.2 que les mises en position  $m_2$ ,  $m_3$ ,  $m_5$ , et  $m_6$  sont redondantes. Seul  $m_1$  et  $m_4$  suffisent pour positionner les locomotives. On obtient les mises en position illustrées à la figure 4.3 après avoir appliqué la méthode SSMP.

### Mises en position pour les locomotives critiques

Les locomotives critiques sont routées séquentiellement en résolvant des problèmes de plus court chemin avec des contraintes de ressource. Le fait de les résoudre autant de fois qu'il y a de locomotives critiques consomme beaucoup de temps de calcul. Lorsque le nombre de locomotives déclarées critiques par tranche de temps est élevé, pour réduire le temps total de résolution, on doit réduire autant que possible la taille de leurs réseaux tout en tenant compte des objectifs visés. Le routage d'une locomotive critique vise à l'acheminer le plus tôt possible à un atelier d'entretien tout en la guidant vers les trains qui sont difficiles à couvrir pour les locomotives non-critiques. Ainsi des coûts d'attraction ont été portés sur les arcs correspondants. Par conséquent, on procède comme suit :

1. On sélectionne toutes les mises en position contenues dans l'ensemble  $M$  défini ci-dessus.
2. On supprime toute mise en position qui ne satisfait pas au moins une des deux conditions suivantes :
  - termine à un atelier d'entretien ;
  - débute à la station où la locomotive critique est positionnée au début de la tranche de temps courante.

3. On supprime toutes les mises en position redondantes au sens défini à la section 4.3.2.

### 4.3.3 Sélection améliorée de mises en position potentielles

La méthode de sélection améliorée de mises en position, dénotée SAMP, améliore la méthode SSMP en éliminant davantage de mises en position pour les locomotives non-critiques. Elle est en partie basée sur une analyse des déséquilibres de l'horaire des trains considérés dans le réseau agrégé des locomotives non-critiques. Cette analyse permet de définir le profil des noeuds de départ et des noeuds d'arrivée des mises en position à sélectionner. Les mises en position à sélectionner sont caractérisées comme suit :

- une mise en position doit se terminer à une station en manque de locomotives au moment de son arrivée ;
- une mise en position doit débiter à une station en surplus de locomotives au moment de son départ ;
- le coût et le temps de déplacement d'une mise en position ainsi que le temps d'attente avant le prochain départ ne doivent pas être trop élevés par comparaison aux autres candidates.

Les notions de manque et de surplus de locomotives sont définies dans les paragraphes suivants.

### Analyse des déséquilibres de l'horaire des trains

On construit pour chaque station un histogramme où l'axe horizontal représente le temps  $t$  et l'axe vertical représente  $n(t)$  le nombre de locomotives en attente à cette station. Notons que la fonction  $n(t)$  est continue par morceaux. Seul les arrivées et les départs prévus dans l'horaire des trains sont considérés dans le processus suivant de construction de l'histogramme. Au début de l'horizon, le nombre de locomotives en attente à la station considérée est égal au nombre de locomotives qui y sont disponibles. Puis, on évolue dans le temps en ajoutant un à l'arrivée d'une locomotive et en soustrayant un au départ d'une locomotive. Les histogrammes construits prennent des valeurs positives ou négatives en fonction du temps et peuvent avoir une valeur différente de zéro à la fin de l'horizon. Dans tout ce qui suit, nous parlerons de suivant et de précédent immédiat.

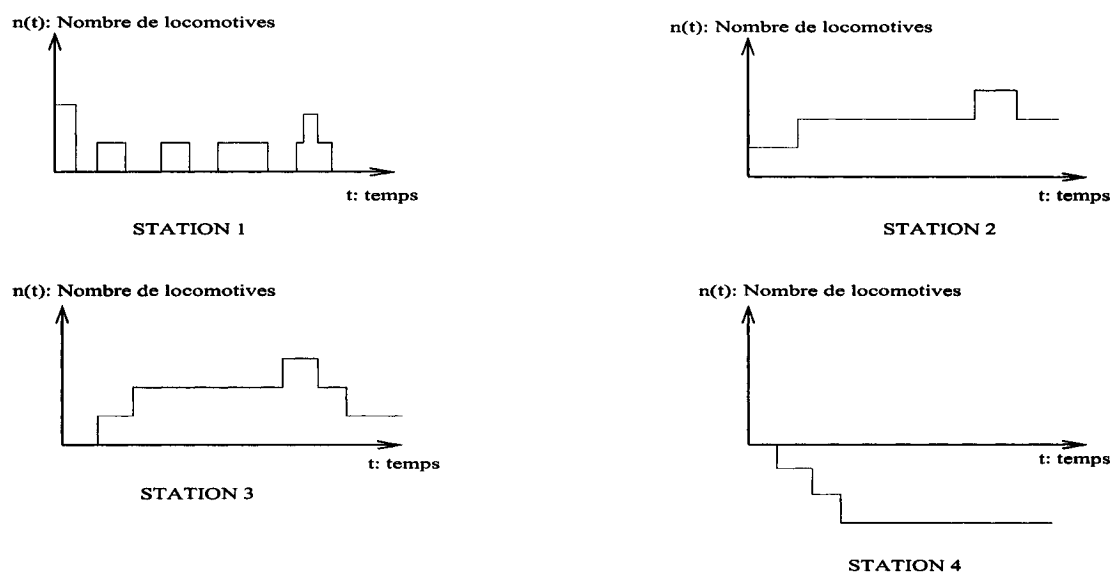


Figure 4.4 – Graphiques d'arrivées et de départs de trains à une station

La figure 4.4 présente des graphiques possibles d'arrivées et de départs de trains à une station. L'axe horizontal représente le temps tandis que l'axe vertical représente le nombre de locomotives positionnées à la station considérée. On peut dire que l'horaire à la station 1 est équilibré : Il y a autant d'arrivées que de départs et chaque arrivée est suivie de peu par un départ. Les arrivées et départs des autres stations sont déséquilibrés car on aura recours à des mises en position soit pour évacuer des locomotives en surplus (stations 2 et 3), soit pour positionner des locomotives en demande (station 4).

### **Identification des stations en manque de locomotives au moment d'un départ**

Plusieurs formes d'histogramme sont possibles avant le départ d'un train. Un départ (figure 4.5 a) peut suivre de peu une arrivée. Dans ce cas, on suppose que le départ utilise la locomotive qui vient d'arriver. Un départ (figure 4.5 b) peut suivre une longue durée  $d$  sans arrivée. Si ce départ n'est pas alimenté par une mise en position, une locomotive arrivée précédemment à cette station devra y attendre au moins un temps  $d$  pour couvrir ce départ. Même si d'autres départs et d'autres arrivées (figure 4.5 c) précèdent de peu le départ considéré, on a durant la durée  $d$ , un nombre de locomotives présentes au moins égal au nombre de locomotives présentes au moment du départ considéré. On va donc considérer que la station est en manque de locomotives au moment d'un départ si le départ est précédé d'un intervalle de durée  $d$  où le nombre de locomotives est au moins égal au nombre de locomotives au moment du départ. Notons par  $F$  l'ensemble des départs lors desquels la station est en manque



de locomotives. Donc,

$$F = \{d_s^{t_1} | d_s^{t_1} \in D_s, s \in S, n(t) \geq n(t_1) \forall t \in [\max\{0, t_1 - d\}, t_1]\}$$

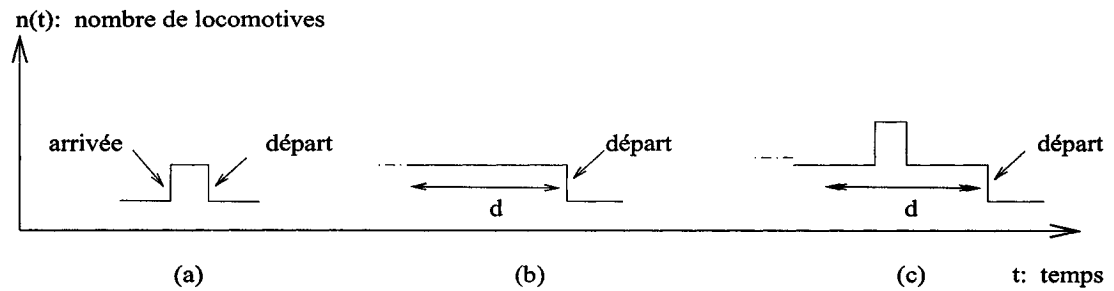


Figure 4.5 – Cas de figures pour les stations en manque de locomotives

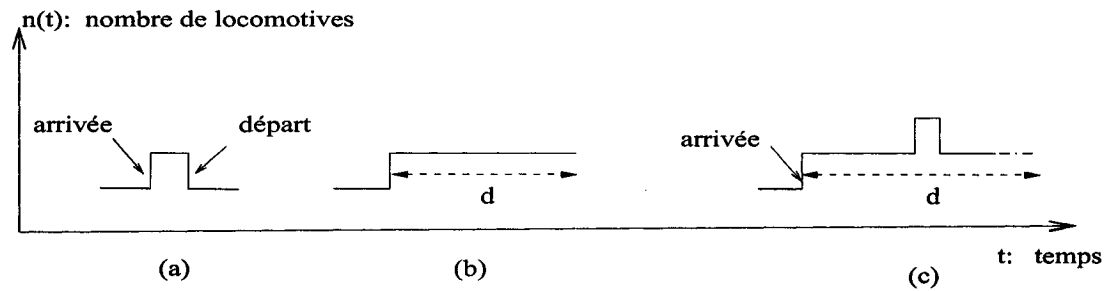


Figure 4.6 – Cas de figures pour les stations en surplus de locomotives

### Identification des stations en surplus de locomotives au moment d'une arrivée

Plusieurs formes d'histogramme sont possibles après l'arrivée d'un train. Une arrivée (figure 4.6 a) peut être suivie par un départ. Dans ce cas, le départ peut utiliser la locomotive qui vient d'arriver. Une arrivée (figure 4.6 b) peut être suivie par une longue durée  $d$  sans départ. Si cette locomotive n'est pas évacuée par une mise en position après cette arrivée, elle attendra au moins un temps  $d$  à cette station. Même si d'autres arrivées et départs (figure 4.6 c) suivent de peu l'arrivée considérée, on a

durant la durée  $d$  un nombre de locomotives présentes au moins égal au nombre de locomotives présentes juste au moment de l'arrivée considérée. On va donc considérer qu'une station est en surplus au moment d'une arrivée si cette dernière est suivie d'un intervalle de durée  $d$  où le nombre de locomotives est au moins égal au nombre de locomotives au moment de l'arrivée. Notons par  $L$  l'ensemble des arrivées lors desquelles la station est en surplus de locomotives. Donc,

$$L = \{a_s^{t_1} | a_s^{t_1} \in A_s, s \in S, n(t) \geq n(t_1) \forall t \in [t_1, \min\{T, t_1 + d\}]\}$$

où  $T$  est l'heure de fin de la tranche de la temps courante.

### Procédure de sélection : phase 1

La méthode SAMP procède en deux phases. La première phase comporte trois étapes.

1. En premier, on sélectionne toutes les mises en position qui relient les noeuds d'arrivée en surplus de locomotives aux noeuds départ en manque de locomotives sans limitation sur la distance à parcourir. L'ensemble de ces mises en position, noté  $\underline{M}$ , est ainsi défini :

$$\underline{M} = \{(a_s^t, d_{s'}^{t'}) | d_{s'}^{t'} \in F, a_s^t \in L, s \neq s' \text{ et } T_s^{s'} \leq t' - t\}.$$

2. Ensuite, on supprime selon un score donné les mises en position trop longues et qui coûtent cher en comparaison aux autres candidates. La procédure d'élimination est expliquée au paragraphe suivant. Une différence fondamentale entre les deux méthodes SSMP et SAMP réside à ce niveau.
3. Enfin, on élimine toutes celles qui sont redondantes au sens défini ci-dessus.

### Élimination selon un score donné

Calculons  $N_i$  le nombre de mises en position potentielles issues du noeud  $i$  et  $N_j$  le nombre de mises en position potentielles arrivant au noeud  $j$ . Si  $N_i$  (resp.  $N_j$ ) est égal à 100 par exemple, c'est qu'il y a 100 mises en position à partir du noeud  $i$  (resp. arrivant au noeud  $j$ ). Lors du routage séquentiel des locomotives critiques, au plus une parmi toutes les mises en position issues du noeud  $i$  sera utilisée de même que pour les mises en position aboutissant au noeud  $j$ . Le routage des locomotives non-critiques se fait dans un réseau agrégé donc au plus un petit nombre de mises en position sera utilisé dans la solution pour chaque  $i$  et chaque  $j$ . Il est donc intéressant d'éliminer les mises en position qu'il est improbable d'utiliser dans la solution. Pour ce faire, on classe les mises en position issues du noeud  $i$  par ordre croissant de score. Chaque mise en position possède un coût et une durée comprenant un temps de déplacement et un temps d'attente dont la somme vaut  $t_j - t_i$  pour une mise en position reliant le noeud  $i$  vers le noeud  $j$ . Les mises en position trop chères et trop longues relativement aux autres alternatives pour un  $i$  donné et aux autres alternatives pour un  $j$  donné ne seront probablement pas utilisées. Pour chaque mise en position  $(i, j)$ , on lui associe un score, noté  $\delta_{ij}$ , combinant son coût  $c_{ij}$ , le temps d'attente et le temps de déplacement. Le score de chaque mise en position  $(i, j)$  est ainsi défini :

$$\delta_{ij} = c_{ij} + \lambda (t_j - t_i)$$

où  $\lambda$  est une constante prédéterminée. Précisons que  $c_{ij}$  est le coût du chemin de coût minimum du noeud  $i$  vers le noeud  $j$ . Ce chemin est calculé en résolvant un problème de plus court chemin du noeud  $i$  vers le noeud  $j$  dans le même graphe mais légèrement modifié, car l'ensemble des mises en position qui y est considéré est le suivant :

$$M = \{(a_s^t, j) | \exists d_{s'}^{t'} \in D_s, (s, s') \in S^2, s \neq s', (t, t') \in [0, T]^2, a_s^t \in A_s \text{ et } T_s^{s'} \leq t' - t\}$$

où  $j$  est le noeud représentant la station  $s'$  à l'instant  $t + T_s^{s'}$ . Donc ce chemin peut inclure une ou plusieurs mises en position avec ou sans conducteur. Cette modification de coût sur les arcs de mise en position améliore la qualité des solutions. Une petite valeur de  $\lambda$  donne priorité à la minimisation du coût d'opération. Une grande valeur de  $\lambda$  donne priorité à la minimisation du nombre de locomotives à utiliser.

On ordonne les mises en position issues du noeud  $i$  par ordre croissant de score. Celles arrivant au noeud  $j$  sont aussi ordonnées par ordre croissant de score. Une mise en position qui est loin sur la liste du noeud  $i$  et sur la liste du noeud  $j$  ne sera probablement pas utilisée dans la solution. Il y a beaucoup d'autres candidates meilleures qu'elle et il faut en choisir un petit nombre. On propose d'utiliser des paramètres  $k$  et  $h$  pour définir des critères d'élimination. Considérons une mise en position  $m_{ij}$  du noeud  $i$  vers le noeud  $j$  et notons par  $r_i$  son rang sur la liste du noeud  $i$  et par  $r_j$  son rang sur la liste du noeud  $j$ . Plusieurs critères d'élimination sont possibles, parmi lesquels on cite :

1. Si  $r_i > k$  et  $r_j > k$ , alors  $m_{ij}$  est éliminée. Une mise en position est donc sélectionnée si elle occupe un rang inférieur ou égal à  $k$  sur la liste des mises en

position issues de  $i$  ou sur la liste des mises en position se terminant au noeud  $j$ .

2. Si  $r_i + r_j > h$ , alors  $m_{ij}$  est éliminée. Une mise en position est donc sélectionnée si la somme des rangs qu'elle occupe sur chacune des deux listes ci-dessus est inférieure ou égale à  $h$ . Ce deuxième critère est plus contraignant que le premier lorsque  $k = h$ .
3. Si  $r_i > k$ ,  $r_j > k$  et  $r_i + r_j > h$ , alors  $m_{ij}$  est éliminée. Ce troisième critère sélectionne les mises en position qui ne satisfont pas aux critères 1 ou 2.

Les critères 1 et 2 sont des cas particuliers du critère 3. Ils sont, respectivement, obtenus à partir du critère 3 en annulant le paramètre  $h$  ou  $k$ . Les coordonnées entières contenus dans la partie hachurée de la figure 4.7 correspondent aux rangs des mises en position sélectionnées en utilisant le critère 3.

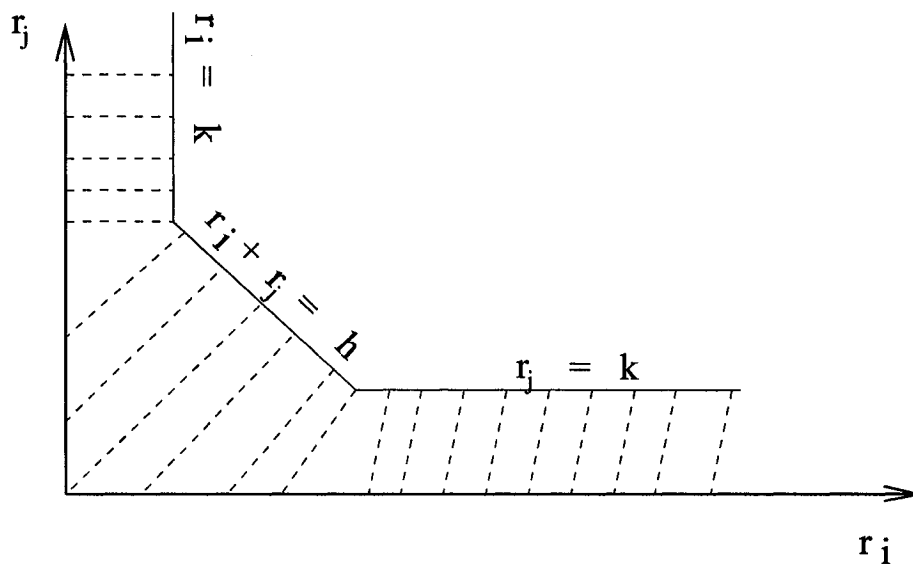


Figure 4.7 – Espace des rangs des mises en position sélectionnées

### Valeurs des paramètres

Les paramètres  $k$ ,  $h$  et  $d$  prennent seulement des valeurs entières non-négatives. Pour obtenir leurs valeurs, il convient de résoudre le problème défini ci-dessous. Notons par  $M$  et  $M(k, h, d)$  les ensembles des mises en position sélectionnées par les méthodes SSMP et SAMP, respectivement. Ce dernier ensemble dépend des paramètres  $k$ ,  $h$  et  $d$ . Quelque soit l'instance de données considérée, le principe d'attribution de valeurs à ces paramètres consiste à les fixer de façon à minimiser le cardinal de  $M(k, h, d)$  tout en ayant une qualité de solution comparable à celle relative à  $M$ . Comme les mises en position contenues dans  $M(k, h, d)$  servent à positionner des locomotives non-critiques, il suffit de se restreindre à la solution du problème d'affectation des locomotives sans contrainte d'entretien. Elle s'obtient rapidement et à l'optimalité par rapport à  $M(k, h, d)$ . Afin de mesurer la qualité de cette solution, définissons une fonction  $q(\cdot)$  qui associe à chaque ensemble de mises en position sélectionnées  $M(k, h, d)$ , le triplet, noté  $q(M(k, h, d)) = (n_{lu}, n_{s-c}, km_{avc})$ , où  $n_{lu}$  est le nombre de locomotives utilisées dans la solution,  $n_{s-c}$  le nombre de trains non-couverts et  $km_{avc}$  la distance totale parcourue en mise en position avec conducteur dans cette solution. En d'autres termes, pour trouver les valeurs des paramètres  $k$ ,  $h$  et  $d$ , il suffit de résoudre le problème suivant :

$$\min_{\{(k,h,d) | q(M(k,h,d)) \leq q(M)\}} |M(k, h, d)|. \quad (4.7)$$

Ce problème (4.7) admet au moins une solution. En effet, il a les propriétés suivantes :

1. Les familles d'ensembles  $\{M(k, \cdot, \cdot)\}_{k \in N}$  et  $\{M(\cdot, h, \cdot)\}_{h \in N}$  sont emboîtées.
2. Il existe  $k_0$ ,  $h_0$  et  $d_0$  tels que  $M \subset M(k, h, d)$ ,  $\forall k \geq k_0, h \geq h_0, d \leq d_0$ .

3. La famille d'ensembles  $\{M(\cdot, \cdot, d)\}_{d \in N}$  est emboîtée et les fonctions  $q(M(k, \cdot, \cdot))$ ,  $q(M(\cdot, h, \cdot))$  et  $q(M(\cdot, \cdot, d))$  sont décroissantes.

Ces propriétés nous guideront dans l'élaboration d'un plan de tests permettant d'identifier les valeurs des paramètres. Ce plan de tests est discuté dans la section suivante.

### Procédure de sélection : phase 2

L'ensemble des mises en position potentielles à considérer dans le problème d'affectation des locomotives non-critiques est obtenu à l'issu d'une procédure récurrente. Notons par  $M_0$  l'ensemble des mises en position sélectionnées en utilisant la première phase de la procédure de sélection et par  $M_k$  l'ensemble des mises en position sélectionnées à l'itération  $k$ . L'ensemble  $M_0$  sert de point de départ, sa taille est déterminante sur le nombre d'itérations à faire. Pour passer de l'itération  $k$  à la suivante  $k + 1$ , on procède comme suit.

1. On résout le problème d'affectation des locomotives sans contrainte d'entretien en prenant en compte l'ensemble  $M_k$  des mises en position sélectionnées à l'itération  $k$ . Notons par  $S_k$  la solution duale de ce problème.
2. Pour chaque mise en position potentielle non sélectionnée à l'itération  $k$ , on calcule son coût réduit à l'aide des valeurs duales associées aux contraintes de conservation de flot relatives à ses extrémités si elles existent dans la solution  $S_k$ .
3. À la première itération, on sélectionne toutes les mises en position issues d'un noeud d'entretien car la solution  $S_k$  ne fournit par leurs valeurs duales du fait

qu'ils ne figurent pas dans le réseau.

4. Enfin, on sélectionne toutes les mises en position potentielles sélectionnées à l'itération  $k$  ou non et qui ont un coût réduit négatif ou nul.

En d'autres termes, on définit  $M_{k+1}$  de la manière suivante :

$$M_{k+1} = \{(i, j) \in M_k | c_{ij} + \pi_j - \pi_i = 0\} \cup \{(i, j) \notin M_k | c_{ij} + \pi_j - \pi_i \leq 0\}$$

où  $\pi_i$  et  $\pi_j$  sont les valeurs duales relatives aux noeuds  $i$  et  $j$  dans la solution  $S_k$ .

En principe, la récurrence s'arrête lorsque

$$\{m = (i, j) \notin M_k | c_{ij} + \pi_j - \pi_i \leq 0\} = \emptyset.$$

Cependant, on peut l'arrêter après  $n$  itérations afin de réduire les temps de résolution.

#### 4.3.4 Expérimentation numérique

Dans les sections suivantes, nous allons présenter le plan d'expérimentation suivi afin d'identifier les valeurs à attribuer aux paramètres de la méthode SAMP ainsi que les résultats obtenus. Ensuite, nous présentons les résultats numériques obtenus correspondant à des solutions du problème d'affectation des locomotives avec contraintes d'entretien et où les mises en position potentielles sont sélectionnées par les méthodes présentées ci-dessus.



## Identification des paramètres

Nous avons résolu plusieurs fois le problème d'affectation des locomotives aux trains sans contrainte d'entretien et sans décomposition temporelle afin d'identifier séquentiellement les valeurs des paramètres  $k$ ,  $h$  et  $d$ . Pour chaque instance de données définies sur un horizon d'une semaine, nous avons procédé comme suit. En premier, nous avons résolu le problème en sélectionnant toutes les mises en position possibles afin d'obtenir une qualité de solution optimale. Notons par STMP la méthode consistant à sélectionner toutes les mises en positions possibles. Ensuite, nous avons résolu le même problème avec les mises en position sélectionnées par la méthode SSMP pour s'assurer que la qualité de solution n'est pas détériorée. Enfin, nous avons utilisé la méthode SAMP en incrémentant le paramètre  $k$  à partir de 1 jusqu'à utiliser le nombre optimal de locomotives et couvrir le nombre optimal de trains. Puis, nous avons incrémenté le paramètre  $h$  à partir de 1 jusqu'à parcourir en mise en position le nombre optimal de kilomètres. Finalement, nous avons incrémenté le paramètre  $d$  à partir de 0 jusqu'à sa valeur qui réduit le plus possible le nombre de mises en position sélectionnées sans détériorer la qualité optimale de la solution.

La figure 4.8 présente la distance parcourue en mise en position en fonction du nombre de mises en position potentielles sélectionnées pour les solutions où le nombre optimal de locomotives est utilisé pour couvrir le nombre optimal de trains. Cette figure permet de voir la possibilité d'obtenir une bonne qualité de solution en utilisant moins de mises en position potentielles. Le tableau 4.3 présente les résultats numériques correspondant à trois solutions du problème d'affectation des locomotives sans

Tableau 4.3 – Problème sans contraintes d'entretien

| instance |                   | A139   | A120   | A110   | A100   | A90    |
|----------|-------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
|          | $n_{lu}$          | 121    | 120    | 110    | 100    | 90     |
|          | $n_{s-c}$         | 0      | 1      | 17     | 77     | 189    |
| STMP     | $n_{avc}$         | 562812 | 559564 | 557384 | 555432 | 553540 |
|          | $t_{cpu}(s)$      | 717    | 938    | 947    | 1064   | 1047   |
| SSMP     | $n_{avc}$         | 95815  | 95558  | 95414  | 95276  | 95190  |
|          | $t_{cpu}(s)$      | 11     | 11     | 11     | 11     | 11     |
| SAMP     | $h$               | 10     | 10     | 10     | 20     | 20     |
|          | $d$               | 105    | 105    | 105    | 0      | 0      |
|          | $n_{avc}$         | 5321   | 5323   | 28207  | 32748  | 32688  |
|          | $t_{cpu}(s)$      | 4.7    | 4.7    | 6.2    | 6.4    | 6.4    |
|          | $n_{avc}$         | 9020   | 9525   | 7047   | 6417   | 5991   |
|          | $t_{cpu}(s)$      | 3.25   | 3.28   | 3.05   | 2.99   | 3.01   |
|          | $\sum t_{cpu}(s)$ | 8.0    | 8.0    | 9.3    | 9.4    | 9.4    |

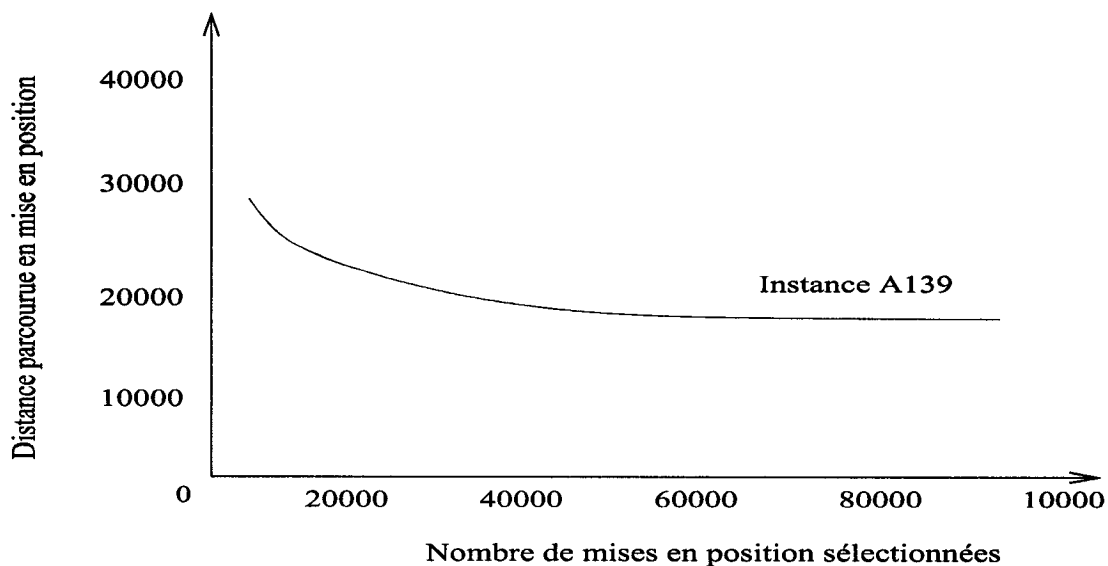


Figure 4.8 – Dépendance entre la distance parcourue en mise en position et le nombre de mises en position potentielles sélectionnées

contrainte d'entretien utilisant, respectivement, les méthodes de sélection des mises en position potentielles suivantes : STMP, SSMP et SAMP.

Pour chaque instance du problème dont le nom est indiqué à la première ligne du tableau 4.3, la deuxième et troisième ligne donnent, respectivement, le nombre de locomotives utilisés et le nombre de trains non-couverts. Ils sont identiques pour chacune des trois solutions obtenues. Les lignes suivantes indiquent pour chacune de ces solutions le nombre de mises en position potentielles sélectionnées, le temps cpu de résolution et, s'il y a lieu, les valeurs des paramètres utilisées.

Concernant la méthode paramétrée SAMP, le paramètre  $k$  prend la valeur 1 pour toutes les instances, tandis que le paramètre  $h$  prend des valeurs assez élevées pour qu'on ait une qualité de solutions comparable à celle de la méthode SSMP. Le paramètre  $d$  prend une valeur nulle pour les problèmes où le nombre de locomotives disponibles est très insuffisant. Dans ce cas, les locomotives n'attendent pas longtemps aux stations. La méthode SSMP a réduit le nombre de mises en position potentielles sélectionnées de 82% et les temps de résolution de 98%. Avec la méthode SAMP, le nombre de mises en position sélectionnées a diminué en moyenne de 80% et les temps de résolution sont réduits de 99%. Avec la génération dynamique des mises en position, deux itérations ont suffi pour avoir la même qualité de solution que la méthode SSMP.

## Résultats numériques et comparaisons

Nous présentons d'abord les résultats numériques correspondant aux solutions du problème d'affectation des locomotives aux trains avec contraintes d'entretien. Les caractéristiques des instances résolues ont déjà été présentées dans la section 3.4.1. Les mises en position avec conducteur considérées sont sélectionnées par les méthodes présentées ci-dessus. Ensuite, nous comparons ces résultats et ceux présentés dans le tableau 4.1 où toutes les mises en position potentielles ont été prises en compte. Enfin, nous présentons des tableaux synthèses comparant les premiers résultats obtenus avec l'approche de base sans ses améliorations et les derniers résultats obtenus en incluant toutes ses améliorations.

Le tableau 4.4 présente les résultats issus de l'expérimentation de la sélection simple des mises en position avec conducteur. L'utilisation de la méthode SSMP a permis de réduire les temps de résolution de 40% par rapport aux résultats du tableau 4.1. En effet, le temps de résolution moyen est de 90 secondes pour les problèmes A et de 190 secondes pour les scénarios B. En plus, le nombre de sous-couvertures des trains est optimal pour les scénarios A139 à A110 et en moyenne réduit de 1% sur l'ensemble des problèmes A et B. La distance parcourue en mises en position avec conducteur est réduite en moyenne de 17% sans pour autant augmenter la distance parcourue en mises en position avec conducteur. Les contraintes d'entretien sont satisfaites et les entretiens sont effectués bien plus proche de la borne inférieure.

Le tableau 4.6 présente les résultats issus de l'expérimentation de la sélection amélio-

Tableau 4.4 – Résultats sur un horizon d'une semaine avec sélection simple des mises en position.

|                        | A139 | A120 | A110 | A100 | A90  | B229 | B180 | B170 | B160 | B150 |
|------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $n_{lu}$               | 121  | 120  | 110  | 100  | 90   | 189  | 180  | 170  | 160  | 150  |
| $n_{s-c}$              | 0    | 1    | 17   | 89   | 206  | 0    | 9    | 55   | 155  | 269  |
| $\Delta_{s-c}$         | 0    | 0    | 0    | -1   | 3    | 0    | -1   | 5    | -10  | -2   |
| $n_{sac}$              | 53   | 56   | 50   | 41   | 27   | 85   | 100  | 80   | 56   | 43   |
| $km_{sac}(10^4)$       | 0.35 | 0.38 | 0.40 | 0.27 | 0.14 | 1.01 | 1.11 | 0.94 | 0.55 | 0.41 |
| $n_{avc}$              | 712  | 715  | 831  | 890  | 896  | 1132 | 1261 | 1326 | 1322 | 1281 |
| $km_{avc}(10^4)$       | 3.20 | 3.30 | 4.05 | 4.50 | 4.80 | 5.94 | 6.78 | 7.76 | 7.55 | 7.00 |
| $t_{cpu}(s)$           | 123  | 100  | 86   | 75   | 72   | 271  | 203  | 172  | 170  | 148  |
| $\Delta_{t_{cpu}}(\%)$ | -41  | -19  | -26  | -28  | -24  | -65  | -45  | -41  | -38  | -46  |
| $\%t_{rl}$             | 29   | 30   | 26   | 18   | 19   | 16   | 18   | 12   | 19   | 13   |
| $\%t_c$                | 41   | 34   | 33   | 35   | 33   | 65   | 57   | 60   | 53   | 55   |
| $\%t_{nc}$             | 26   | 32   | 37   | 42   | 44   | 15   | 20   | 23   | 23   | 27   |
| $n_{fr}$               | 8    | 8    | 9    | 8    | 7    | 27   | 22   | 26   | 23   | 21   |
| $km_{fr}(10^4)$        | 10.6 | 10.6 | 10.5 | 10.6 | 10.5 | 10.2 | 10.2 | 10.2 | 10.2 | 10.2 |
| $n_{na}$               | 52   | 52   | 48   | 48   | 40   | 102  | 100  | 96   | 91   | 83   |
| $km_{na}(10^4)$        | 1.06 | 1.07 | 1.07 | 1.07 | 1.08 | 1.00 | 1.00 | 0.99 | 1.00 | 1.00 |

Tableau 4.5 – Comparaison des résultats de l'approche de base (tableau 3.2) et ceux de l'approche améliorée (tableau 4.6).

|                       | A139  | A120  | A110 | A100 | A90 | B229  | B180  | B170  | B160  | B150 |
|-----------------------|-------|-------|------|------|-----|-------|-------|-------|-------|------|
| $\Delta_{n_{lu}}$     | -3    | 0     | 0    | 0    | 0   | 0     | 0     | 0     | 0     | 0    |
| $\Delta_{s-c}$        | 0     | -4    | -6   | -11  | -6  | 0     | -9    | -22   | -28   | -32  |
| $\Delta_{sac}^n$      | -8    | -13   | -6   | 1    | -6  | -43   | -11   | -16   | -10   | -13  |
| $\Delta_{sac}^{km}$   | -2451 | -2502 | -694 | 266  | 107 | -8040 | -4165 | -2271 | -1232 | -608 |
| $\Delta_{avc}^n$      | -2    | -30   | -10  | -7   | -25 | -174  | -83   | -46   | -37   | 5    |
| $\Delta_{avc}^{km}$   | 3283  | -211  | 135  | 2612 | 996 | -7158 | -874  | 3332  | 3972  | 4784 |
| $\Delta_{cpu}^{(\%)}$ | -97   | -97   | -97  | -97  | -97 | -94   | -95   | -95   | -94   | -95  |

Tableau 4.6 – Résultats sur un horizon d'une semaine avec sélection améliorée des mises en position.

|                        | A139 | A120 | A110 | A100 | A90  | B229 | B180 | B170 | B160 | B150 |
|------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $n_{lu}$               | 121  | 120  | 110  | 100  | 90   | 190  | 180  | 170  | 160  | 150  |
| $n_{s-c}$              | 0    | 1    | 18   | 87   | 203  | 0    | 9    | 53   | 154  | 271  |
| $\Delta_{s-c}$         | 0    | 0    | 1    | -3   | 0    | 0    | -1   | 3    | -11  | 0    |
| $n_{sac}$              | 53   | 56   | 57   | 35   | 23   | 88   | 100  | 72   | 61   | 46   |
| $km_{sac}(10^4)$       | 0.28 | 0.29 | 0.43 | 0.26 | 0.17 | 0.95 | 0.95 | 0.92 | 0.53 | 0.44 |
| $n_{avc}$              | 728  | 743  | 859  | 906  | 889  | 1056 | 1231 | 1326 | 1283 | 1271 |
| $km_{avc}(10^4)$       | 3.27 | 3.28 | 4.36 | 4.81 | 4.64 | 5.79 | 7.06 | 7.95 | 7.69 | 7.07 |
| $t_{cpu}(s)$           | 87   | 69   | 69   | 61   | 59   | 214  | 161  | 150  | 148  | 142  |
| $\Delta_{t_{cpu}}(\%)$ | -58  | -44  | -40  | -42  | -38  | -72  | -56  | -48  | -46  | -48  |
| $\%t_{rl}$             | 18   | 18   | 16   | 13   | 14   | 11   | 12   | 10   | 9    | 9    |
| $\%t_c$                | 43   | 33   | 36   | 34   | 32   | 62   | 54   | 54   | 55   | 54   |
| $\%t_{nc}$             | 35   | 44   | 43   | 48   | 49   | 22   | 29   | 31   | 31   | 31   |
| $n_{fr}$               | 9    | 8    | 7    | 7    | 7    | 27   | 28   | 25   | 24   | 24   |
| $km_{fr}(10^4)$        | 10.5 | 10.6 | 10.6 | 10.6 | 10.5 | 10.3 | 10.2 | 10.2 | 10.2 | 10.1 |
| $n_{na}$               | 51   | 50   | 52   | 49   | 42   | 101  | 93   | 94   | 91   | 81   |
| $km_{na}(10^4)$        | 1.07 | 1.07 | 1.08 | 1.06 | 1.07 | 1.00 | 0.99 | 1.00 | 0.99 | 1.00 |

Tableau 4.7 – Comparaison des résultats de l'approche de base (tableau 3.4) et ceux de l'approche améliorée (tableau 4.6).

|                       | A139  | A120  | A110 | A100 | A90  | B229  | B180  | B170 | B160  | B150  |
|-----------------------|-------|-------|------|------|------|-------|-------|------|-------|-------|
| $\Delta_{n_{lu}}$     | -5    | 0     | 0    | 0    | 0    | 2     | 0     | 0    | 0     | 0     |
| $\Delta_{s-c}$        | 0     | -5    | -6   | -14  | -7   | 0     | -6    | -28  | -23   | -27   |
| $\Delta_{sac}^n$      | -5    | -13   | -8   | -11  | -8   | -26   | -4    | -9   | -8    | -15   |
| $\Delta_{sac}^{km}$   | -1060 | -2747 | -449 | -301 | -604 | -4034 | -2913 | -40  | -1768 | -832  |
| $\Delta_{avc}^n$      | 5     | -5    | -3   | 2    | -23  | -104  | -62   | -9   | -22   | -39   |
| $\Delta_{avc}^{km}$   | 2798  | 259   | 1709 | 2583 | -371 | -1417 | -1460 | -17  | 3984  | -2938 |
| $\Delta_{cpu}^{(\%)}$ | -74   | -68   | -67  | -70  | -68  | -76   | -73   | -75  | -76   | -76   |

rée des mises en position avec conducteur. Quant à la méthode SAMP, elle a permis de réduire les temps de résolution de 56% par rapport aux résultats du tableau 4.1. Le temps moyen de résolution est de 70 secondes pour les problèmes A et 160 secondes pour les problèmes B. La qualité des solutions obtenues en sélectionnant dynamiquement les mises en position est encore meilleure.

Le tableau 4.5 compare les résultats obtenus avec l'approche de base (tableau 3.2) et ceux obtenus avec toutes les améliorations apportées à cette approche (tableau 4.4). Pour le problème A139, le nombre de locomotives utilisées est réduit de plus de 2% et, pour les autres problèmes, toutes les locomotives disponibles sont utilisées et le nombre de sous-couvertures est réduit en moyenne de 28%. En plus, la distance totale parcourue en mise en position sans conducteur est réduite en moyenne de 21%. Par contre, la distance parcourue en mise en position avec conducteur a augmenté de 2% ce qui est peu vu le nombre de trains couverts en plus. Les temps de résolution sont réduits de plus de 90%. La réduction du nombre d'arcs d'attente présentée dans la section 3.5.1 n'est pas la seule cause de la baisse substantielle des temps de résolution. En effet, le tableau 4.7 montre une diminution des temps de résolution de plus de 70% en comparant les résultats obtenus avec l'approche de base après réduction des arcs d'attente (tableau 3.4) et ceux obtenus avec l'approche incluant toutes les améliorations de l'approche de base (tableau 4.4).

## 4.4 Conclusion

Le modèle de flot à coût minimum proposé pour le problème d'affectation des locomotives non-critiques est plus adéquat pour ce problème que celui en nombres entiers du moment que chaque train est représenté par un seul arc du réseau. L'efficacité de la méthode de sélection dynamique des mises en position est affaiblie par le nombre élevé d'itérations nécessaires et par le nombre parfois élevé de mises en position ayant un coût réduit négatif à une itération donnée. Le fait de rendre la méthode heuristique en limitant le nombre d'itérations et le nombre de mises en position générées par itération améliore malgré tous les temps de résolution sans détériorer la qualité des solutions. Une autre faiblesse provient de l'implémentation que nous avons faite de cette méthode de sélection dynamique des mises en position. En effet, nous recommençons à chaque itération la résolution du nouveau problème sans tirer parti des résultats obtenus jusqu'alors.

Nous avons résolu les mêmes instances que celles résolues dans le chapitre précédent pour tester les deux améliorations de l'approche de base proposées dans le but de réduire les temps de résolution. En comparant la méthode de sélection dynamique des mises en position et celle qui consiste à sélectionner toutes les mises en position potentielles, nous avons réduit les temps de résolution de plus de 80% pour les problèmes sans contraintes d'entretien et plus de 40% pour les problèmes avec contraintes d'entretien.



## CHAPITRE 5 : AFFECTATION DE LOCOMOTIVES À DIESEL

### 5.1 Introduction

Ce chapitre porte sur l'affectation de locomotives diesel-mécaniques aux trains prévus sur un horizon d'une semaine. Le problème est défini au chapitre 2. Il est identique à celui traité dans les chapitres précédents sauf qu'en plus, il faut prendre en compte les contraintes de carburant. La capacité des réservoirs des locomotives diesel-mécaniques leur impose de faire le plein assez souvent pour poursuivre leurs trajets quitte à effectuer une mise en position avec ou sans conducteur si possible pour se rendre à une station d'approvisionnement en carburant. Un plein de carburant peut se faire en tout temps à n'importe quelle station d'approvisionnement en carburant ou atelier d'entretien. Les contraintes de carburant sont exprimées en terme de distance maximale entre deux pleins consécutifs pour une même locomotive et une durée fixe pour faire le plein. Au niveau application et par rapport aux instances traitées dans les chapitres précédents, nous nous attaquons dans ce chapitre à une instance qui comporte un très grand nombre de trains, soit près de 20 000.

On pourrait résoudre facilement le problème en traitant les contraintes de carburant comme des contraintes d'entretien et en lui appliquant l'approche de base présentée au chapitre 3. Par contre, la qualité des solutions laisserait à désirer. En effet, comme les pleins de carburant sont fréquents (près d'une fois par jour), l'approche de base

serait rendue totalement gloutonne. En effet, toutes les locomotives seraient critiques pour le carburant à chaque tranche de temps et seraient donc routées séquentiellement. Pour éviter cela, nous proposons de traiter les contraintes d'entretien de la même façon que dans l'approche de base. Il s'agit de résoudre un modèle en nombres entiers afin de répartir et identifier les locomotives critiques et non-critiques pour l'entretien, puis de router les premières séquentiellement et les dernières simultanément. Quant aux contraintes de carburant, elles sont intégrées à la fois dans les modèles d'affectation des locomotives critiques et non-critiques. L'approche d'affectation des locomotives critiques est la même tandis que celle pour les locomotives non-critiques change radicalement. Nous proposons un modèle multi-commodités et une approche de décomposition de Dantzig-Wolfe pour résoudre le problème d'affectation des locomotives non-critiques. Des problèmes de plus court chemin avec ressources d'entretien et de carburant sont résolus pour router les locomotives critiques.

Le problème d'affectation de locomotives à diesel à deux difficultés supplémentaires à savoir les pleins de carburant et la grande taille du problème. La section 5.2 présente les modifications apportées au modèle d'affectation des locomotives non-critiques et la décomposition de Dantzig-Wolfe appliquée à ce modèle. Concernant la grande taille du problème, différentes méthodes de découpage du problème et d'agrégation de trains sont présentées et discutées à la section 5.4. Les résultats numériques sont présentés à la section 5.5 et une conclusion termine ce chapitre.

## 5.2 Modèle multi-commodités pour l'affectation des locomotives non-critiques

La prise en compte des contraintes de carburant dans le problème d'affectation des locomotives non-critiques nécessite quelques modifications dans le modèle et un changement d'approche de résolution. Dans cette section, nous présentons ces modifications et l'approche proposée.

### 5.2.1 Modifications du réseau

Il s'agit d'ajouter des arcs de type carburant aux stations d'approvisionnement en carburant et une ressource de type carburant imposant au flot d'emprunter ces arcs afin de satisfaire les contraintes de carburant. Idéalement, la façon d'ajouter les arcs de plein de carburant dans le réseau devrait offrir à cette dernière la possibilité d'aller faire un plein de carburant en tout temps peu importe sa position et quitte à effectuer une mise en position à l'aller et au retour. Ainsi, à chaque noeud terminal d'un arc de train, des arcs de mises en position sont ajoutés afin de le relier, si possible, à toutes les stations de carburant. Cette façon de procéder peut augmenter considérablement la taille du réseau et en rendre la résolution plus difficile. Pour éviter cela, nous proposons de discrétiser l'horizon de planification et d'ajouter les arcs de carburant suivant une fréquence donnée. Plus la fréquence est petite plus le modèle est réaliste. En plus, nous imposons une distance maximale spécifique aux mises en position engendrées par les arcs de plein de carburant. Un coût constant est attribué aux arcs de type carburant pour éviter de faire le plein trop souvent.

L'ajout d'une ressource supplémentaire est nécessaire pour satisfaire les contraintes de carburant. Une fenêtre de ressource correspondant à la variable de ressource cumulant la distance parcourue est associée à chaque noeud du réseau. Cette fenêtre oblige chaque locomotive à aller faire un plein de carburant avant un maximum de distance parcourue depuis le dernier plein. La distance parcourue est accumulée sur les arcs de train et les arcs de mise en position. À chaque fois qu'une locomotive utilise un arc de plein de carburant, le cumul de la distance parcourue est remis à zéro. Notons par  $f$  la ressource de plein de carburant, par  $U^{lf}$  l'ensemble des arcs de plein de carburant du réseau  $G^l$  de la locomotive  $l \in L$  et par  $up_f$  la distance maximale entre deux pleins de carburant consécutifs. La consommation de la ressource  $f$  sur l'arc  $(i, j) \in U^l$ , notée  $q_{ij}^f$ , est définie par :

$$q_{ij}^f = \begin{cases} d_{ij} & \text{si } (i, j) \in W^l \cup M^l \cup N^l, \\ -up_f & \text{si } (i, j) \in U^{lf}, \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} \quad (5.1)$$

où  $W^l$ ,  $M^l$  et  $N^l$  dénotent, respectivement, l'ensemble des arcs de train, de mise en position avec et sans conducteur. La fenêtre de la ressource de carburant  $f$  au noeud  $i \in V^l$ ,  $l \in L$ , est notée  $[a_i^{lf}, b_i^{lf}]$  et est définie comme suit :

$$[a_i^{lf}, b_i^{lf}] = \begin{cases} [d_f^l, d_f^l] & \text{si } i = o^l, \\ [0, up_f] & \text{sinon,} \end{cases} \quad (5.2)$$

où  $d_f^l$  dénote la distance enregistrée au début de l'horizon et parcourue depuis le dernier plein de carburant de la locomotive  $l \in L$ .

### 5.2.2 Formulation mathématique

Des variables et contraintes de ressource additionnelles permettent de prendre en compte les pleins de carburant dans le modèle d'affectation des locomotives non-critiques. La variable, notée  $R_i^{lf}$ , détermine la consommation de la ressource de carburant  $f$  sur un chemin du réseau  $G^l$  qui commence par le noeud origine  $o^l$  et qui finit par le noeud  $i$ . Le modèle est le suivant :

$$\min \sum_{l \in L \setminus L^c} \sum_{(i,j) \in U^l} c_{ij}^l X_{ij}^l + \sum_{w \in \overline{W}} \gamma_w Y_w \quad (5.3)$$

sujet à :

$$\sum_{l \in L \setminus L^c} \sum_{(i,j) \in U^l} a_{wij} X_{ij}^l + Y_w = n_w, \quad \forall w \in \overline{W} \quad (5.4)$$

$$\sum_{(o^l, j) \in U^l} X_{o^l, j}^l = 1, \quad \forall l \in L \setminus L^c \quad (5.5)$$

$$\sum_{j: (i,j) \in U^l} X_{ij}^l - \sum_{j: (j,i) \in U^l} X_{ji}^l = 0, \quad \forall l \in L \setminus L^c, \forall i \in V^l \setminus \{o^l, d\} \quad (5.6)$$

$$\sum_{(j,d) \in U^l} X_{j,d}^l = 1, \quad \forall l \in L \setminus L^c \quad (5.7)$$

$$X_{ij}^l (R_i^{lf} + q_{ij}^f - R_j^{lf}) \leq 0, \quad \forall l \in L \setminus L^c, \forall (i,j) \in U^l \quad (5.8)$$

$$a_i^f \leq R_i^{lf} \leq b_i^f, \quad \forall l \in L \setminus L^c, \forall i \in V^l \quad (5.9)$$

$$X_{ij}^l \in \{0, 1\}, \quad \forall l \in L \setminus L^c, \forall (i,j) \in U^l \quad (5.10)$$

$$Y_w \geq 0, \quad \forall w \in \overline{W}. \quad (5.11)$$

L'expression (5.3) exprime la fonction objectif dans laquelle on cherche à minimiser le nombre de locomotives utilisées, le coût opérationnel total et les pénalités de sous-couverture de trains. De fortes pénalités seront imposées afin de privilégier dans ce

modèle la couverture des trains sur tout autre objectif. L'expression (5.4) exprime la contrainte d'affectation de  $\bar{n}_w$  locomotives au train  $w \in \overline{W}$  qui peut être toutefois violée grâce à la variable d'écart  $y_w$ . La conservation de flot est modélisée par les contraintes (5.5)-(5.7). Les contraintes (5.8)-(5.9) expriment celles de carburant. Étant donné que chaque locomotive est routée sur son propre réseau, les contraintes (5.9) expriment la binarité des variables de flot. Finalement, les contraintes (5.11) de non-négativité s'appliquent aux variables d'écart.

### 5.2.3 Résolution du problème

La fonction objectif (5.3) et les contraintes (5.5)-(5.10) sont séparables par commodité (sauf pour le coût provenant des variables supplémentaires). Comme le modèle possède une structure bloc angulaire avec des contraintes liantes, une approche naturelle de résolution est la décomposition de Dantzig-Wolfe [21] (voir aussi Desaulniers et al. [23]).

Formellement, le problème est décomposé en un problème maître et un ensemble de sous-problèmes. Le problème maître inclut, entre autres, la fonction objectif (5.3) et les contraintes (5.4) qui lient plusieurs commodités. Il existe un sous-problème pour chaque commodité  $l \in L \setminus L^c$  contenant les contraintes (5.5)-(5.10).

### Problème maître

Soit  $\Omega^l$  l'ensemble des points extrêmes constituant le domaine réalisable du sous-problème  $l \in L \setminus L^c$ . Chaque point  $p \in \Omega^l$  correspond à un chemin élémentaire dans le réseau  $G^l$  avec un flot unitaire envoyé entre les noeuds  $o(l)$  et  $d$ . Ce chemin est représenté en utilisant les coefficients binaires  $x_{ijp}^l$ . Un tel coefficient est égal à un si l'arc  $(i, j)$  fait partie du chemin  $p$  pour la locomotive  $l$ , et à zéro sinon. Ainsi, pour  $l \in L \setminus L^c$ , toute solution entière  $X_{ij}^l$ ,  $(i, j) \in U^l$  peut s'écrire comme combinaison convexe des points extrêmes de  $\Omega^l$ , i.e.,

$$X_{ij}^l = \sum_{p \in \Omega^l} x_{ijp}^l Y_p^l, \quad \forall (i, j) \in U^l \quad (5.12)$$

$$\sum_{p \in \Omega^l} Y_p^l = 1, \quad (5.13)$$

$$Y_p^l \geq 0, \quad \forall p \in \Omega^l \quad (5.14)$$

$$X_{ij}^l \in \{0, 1\}, \quad \forall (i, j) \in U^l. \quad (5.15)$$

Les variables  $Y_p^l$ ,  $p \in \Omega^l$ , sont appelées variables de chemin puisque chacune d'elles est associée à un chemin dans  $G^l$ . Il y a aussi une variable associée au chemin constitué du seul arc  $(o(l), d)$  qui correspond à la non utilisation de la locomotive  $l$ . Nous choisissons d'associer à ce chemin l'indice 0. En substituant (5.12)-(5.15) dans (5.3)-(5.4), le problème maître peut être formulé en terme des variables de chemin comme suit :

$$\min \sum_{l \in L \setminus L^c} \sum_{p \in \Omega^l} \sum_{(i,j) \in U^l} x_{ijp}^l c_{ij}^l Y_p^l + \sum_{w \in \overline{W}} \gamma_w Y_w \quad (5.16)$$

sujet à :

$$\sum_{l \in L \setminus L^c} \sum_{p \in \Omega^l} \left( \sum_{(i,j) \in U^l} a_{wij} x_{ijp}^l \right) Y_p^l + Y_w = n_w, \quad \forall w \in \overline{W} \quad (5.17)$$

$$\sum_{p \in \Omega^l} Y_p^l = 1, \quad \forall l \in L \setminus L^c \quad (5.18)$$

$$Y_p^l \geq 0, \quad \forall l \in L \setminus L^c, \forall p \in \Omega^l \quad (5.19)$$

$$Y_w \geq 0, \quad \forall w \in \overline{W} \quad (5.20)$$

$$X_{ij}^l \in \{0, 1\}, \quad \forall l \in L \setminus L^c, \forall (i, j) \in U^l \quad (5.21)$$

L'objectif (5.16) consiste à minimiser le nombre de locomotives utilisées pour satisfaire la demande des trains, le coût opérationnel total et les pénalités de sous-couverture. La demande est exprimée pour chaque train en terme d'un nombre minimum de locomotives et sa satisfaction est imposée par les contraintes (5.17).

### Les sous-problèmes

La solution d'un sous-problème  $l$  est le plus court chemin entre le noeud origine  $o(l)$  et le noeud destination  $d$  dans le réseau  $G^l$ ,  $l \in L \setminus L^c$ . Pour générer des nouvelles colonnes pour le problème maître, les coûts des arcs pour le problème de plus court chemin avec ressources sont modifiés et le coût pour chaque variable de chemin doit être défini. De plus, la fonction objectif doit être formulée pour tous les sous-problèmes. Soit  $\alpha_w$ ,  $w \in \overline{W}$  et  $\mu^l$ ,  $l \in L \setminus L^c$  les variables duales associées aux contraintes (5.17)-(5.18), respectivement. La fonction objectif pour le sous-problème  $l$  s'exprime comme suit :

$$\min \sum_{(i,j) \in U^l} (c_{ij}^l - \sum_{w \in \overline{W}} a_{wij} \alpha_w) X_{i,j}^l - \sum_{j: (o^l, j) \in U^l} \mu^l X_{o^l, j}^l \quad (5.22)$$



Vu que les variables supplémentaires  $Y_w$  ne sont pas incluses dans la structure des sous-problèmes (5.5)-(5.10), ces variables sont enlevées de la fonction objectif modifiée (5.22). La formulation mathématique du sous-problème pour la locomotive  $l \in L \setminus L^c$  est présentée comme suit :

$$\min \sum_{(i,j) \in U^l} (c_{ij}^l - \sum_{w \in W} a_{wij} \alpha_w) X_{i,j}^l - \sum_{j: (o^l, j) \in U^l} \mu^l X_{o^l, j}^l \quad (5.23)$$

$$\sum_{(o^l, j) \in U^l} X_{o^l, j}^l = 1, \quad (5.24)$$

$$\sum_{j: (i, j) \in U^l} X_{ij}^l - \sum_{j: (j, i) \in U^l} X_{ji}^l = 0, \quad \forall i \in V^l \setminus \{o^l, d\} \quad (5.25)$$

$$\sum_{(j, d) \in U^l} X_{j, d}^l = 1, \quad (5.26)$$

$$X_{ij}^l (R_i^{lf} + q_{ij}^r - R_j^{lf}) \leq 0, \quad \forall (i, j) \in U^l \quad (5.27)$$

$$a_i^f \leq R_i^{lf} \leq b_i^f, \quad \forall i \in V^l \quad (5.28)$$

$$X_{ij}^l \in \{0, 1\}, \quad \forall (i, j) \in U^l. \quad (5.29)$$

### Procédure de résolution

La relaxation linéaire du problème maître (5.16)-(5.21) est résolu par une technique de génération de colonnes. Les colonnes sont générées en résolvant les sous-problèmes et le programme linéaire qui correspond au problème maître restreint est résolu par un algorithme de programmation linéaire. Les sous-problèmes sont résolus par programmation dynamique (voir Desrochers et Soumis [24], et Irnich et Desaulniers [33]). Une procédure de séparation et d'évaluation progressive est utilisée pour obtenir une solution entière.

## Procédure de branchement

La procédure de branchement utilisée pour obtenir une solution entière heuristique est la suivante. Étant donné la taille très grande du problème, nous avons opté pour deux méthodes de branchement qui fixent une ou plusieurs variables de chemin à chaque résolution du problème. À chaque noeud de branchement, après avoir obtenu une solution optimale en résolvant le problème maître relaxé, la meilleure des deux, déterminée selon son score, est appliquée à ce noeud.

La première méthode choisie consiste à fixer des valeurs d'un sous-ensemble de variables du problème maître. Une borne inférieure non nulle est fixée sur la cardinalité de ce sous-ensemble. Au noeud de branchement où elle est appliquée, les décisions de branchement sont prises en fonction des valeurs des parties fractionnaires des variables. Elle choisit et fixe la valeur des variables correspondant aux parties fractionnaires les plus élevées en fixant cette variable à la valeur de l'entier supérieur à sa valeur. Dans cette stratégie, on fixe plusieurs variables dont leur partie fractionnaire est supérieure à un certain seuil. Le score de la méthode correspond à la plus petite partie fractionnaire de ces variables. La deuxième méthode consiste à imposer ou à interdire la succession de deux trains à couvrir dans le réseau. À cette séquence de trains, elle associe une variable dite variable d'inter-train. La même méthode que la première est appliquée sur un sous-ensemble de variables d'inter-train. Notons qu'une méthode de branchement sur les variables de chemin n'est pas toujours valide dans l'algorithme de génération de colonnes (ou décomposition de Dantzig-Wolfe) car on ne connaît pas explicitement toutes les colonnes. Cette difficulté disparaît lorsque les

variables de flot correspondant aux trains à couvrir sont binaires, ce qui est notre cas.

## 5.3 Approche de résolution pour les locomotives diesel-mécaniques

Dans cette section, nous résumons sous forme de pseudo-code l'approche globale proposée pour résoudre le problème d'affectation des locomotives diesel-mécaniques aux trains. Nous montrons aussi expérimentalement ses limites à résoudre des instances de grande taille.

### 5.3.1 Pseudo-code

La principale différence entre cette approche (voir algorithme 5.3.1) et celle de base (voir algorithme 3.1) se situe au niveau du routage des locomotives non-critiques.

Les étapes 2 et 3 déterminent une décomposition temporelle. La répartition des entretiens et l'identification des locomotives critiques sont faites dans les étapes 4 à 10. De l'étape 11 à l'étape 16, les locomotives critiques sont routées séquentiellement tout en les attirant vers l'entretien visé et vers les trains difficiles à couvrir pour les locomotives non-critiques. Entre autres, l'information duale fournie par la solution du modèle de flot à coût minimum décrit au début du chapitre 4 est utilisée pour à cet effet. Enfin, aux étapes 17 et 18, on affecte les locomotives non-critiques aux trains par l'approche de décomposition de Dantzig-Wolfe.

---

**Algorithme 5.1** Affectation de locomotives diesel-mécaniques

---

- 1: Poser  $t = DEBUT$
  - 2: Choisir une décomposition temporelle de l'horizon de planification  $[DEBUT, FIN]$ , i.e., attribuer des valeurs aux paramètres,  $v, o, b$
  - 3: **tant que** première itération ou  $t + o < FIN$  **effectuer**
  - 4:   **pour tout**  $l \in L$  **effectuer**
  - 5:     **pour tout**  $e \in E$  **effectuer**
  - 6:       Planifier un ensemble  $J_e^l$  d'entretiens sur l'horizon  $\overline{H}$
  - 7:       Calculer les intervalles de temps  $I_e^{lj}$ ,  $j \in J_e^l$
  - 8:     **fin pour**
  - 9:   **fin pour**
  - 10: Construire le modèle (3.14)-(3.18) de répartition des entretiens
  - 11: Résoudre ce modèle par CPLEX MIP
  - 12: Identifier l'ensemble  $L^c$  des locomotives critiques pour  $H^c$  puis l'ordonner en ordre croissant des  $h_e^l$ , soit  $L^c = \{l_1, \dots, l_{|L^c|}\}$
  - 13: **pour**  $i = 1, \dots, |L^c|$  **effectuer**
  - 14:   Construire le réseau  $G^{l_i}$  en ajoutant l'information duale fournie par la solution du modèle de flot à coût minimum (4.1)-(4.5)
  - 15:   Résoudre un plus court chemin avec ressources d'entretien et de carburant
  - 16:   **si** le chemin retourné inclut au moins un entretien ou un plein de carburant **alors**
  - 17:     Conserver la portion qui va jusqu'au dernier entre l'entretien et le plein
  - 18:   **fin si**
  - 19: **fin pour**
  - 20: Remettre en question les portions de routes situées après le dernier entretien, le dernier plein et après l'instant  $t - b$  pour toute locomotive
  - 21: Résoudre par décomposition de Dantzig-Wolfe le problème (5.3)-(5.11) sur la tranche de temps  $[t - b, t + v]$
  - 22: Conserver la portion des chemins satisfaisant les contraintes d'entretien
  - 23: Poser  $t = t + v - o$ .
  - 24: **fin tant que**
-

### 5.3.2 Les limites de l'approche de résolution

En résolvant une batterie de problèmes de différentes tailles par l'approche décrite ci-dessus, nous déterminons expérimentalement ses limites. L'approche a été implémentée à l'aide du logiciel NETGEN, version 6.1, qui fait appel au logiciel GENCOL, version 4.5. Ces logiciels ont été développés au GERAD. NETGEN est une librairie d'utilitaires permettant de construire facilement des fichiers d'entrée pour GENCOL qui lui est un optimiseur mettant en oeuvre un algorithme de génération de colonnes. GENCOL fait appel à CPLEX pour résoudre le problème maître et à la programmation dynamique pour résoudre les sous-problèmes. Comme pour tous les autres tests, le programme a été exécuté sur une station de travail SUNFIRE 4800 de 900 Mhz.

Les résultats numériques sont présentés au tableau 5.1. Les instances ont été définies par nombre de locomotives et par nombre de trains. Une décomposition temporelle de 30 heures par tranche de temps et 12 heures de chevauchement a été effectuée donnant ainsi 9 tranches de temps pour chaque problème. Les mises en position potentielles considérées sont celles couvrant une distance maximale de 100 km. Pour chaque instance, les colonnes de ce tableau présentent successivement le nombre de locomotives utilisées ( $n_{lu}$ ), le nombre de trains à couvrir ( $n_t$ ), le nombre de noeuds de branchement explorés ( $n_b$ ), le temps de résolution du problème maître ( $t_{mp}$ ), le temps de la génération des colonnes ( $t_{sp}$ ), le temps de résolution du problème d'affectation des locomotives critiques ( $t_c$ ) et celui des locomotives non-critiques ( $t_{nc}$ ) et le temps de résolution total ( $t_{cpu}$ ). Ce sont les totaux sur l'ensemble des tranches de temps. Les temps de résolution sont en secondes. La figure 5.1 présente le temps de résolution

en fonction du nombre de trains considérés, ce qui nous donne l'allure de la courbe.

Tableau 5.1 – Les limites de l'approche.

| $n_{lu}$ | $n_t$ | $n_b$ | $t_{mp}$ | $t_{sp}$ | $t_c$ | $t_{nc}$ | $t_{cpu}$ |
|----------|-------|-------|----------|----------|-------|----------|-----------|
| 14       | 518   | 61    | 6        | 10       | 40    | 61       | 101       |
| 27       | 1027  | 130   | 26       | 71       | 87    | 200      | 287       |
| 39       | 1526  | 178   | 72       | 235      | 136   | 480      | 616       |
| 53       | 2002  | 239   | 205      | 492      | 155   | 913      | 1068      |
| 63       | 2542  | 358   | 667      | 1195     | 165   | 2128     | 2293      |
| 72       | 3041  | 455   | 1568     | 1766     | 209   | 3725     | 3934      |
| 83       | 3557  | 559   | 3455     | 3157     | 267   | 7199     | 7466      |
| 97       | 4027  | 639   | 7809     | 5392     | 417   | 14275    | 14542     |
| 109      | 4543  | 695   | 12567    | 5924     | 400   | 20584    | 20984     |
| 118      | 5012  | 786   | 20685    | 9482     | 435   | 32445    | 32880     |

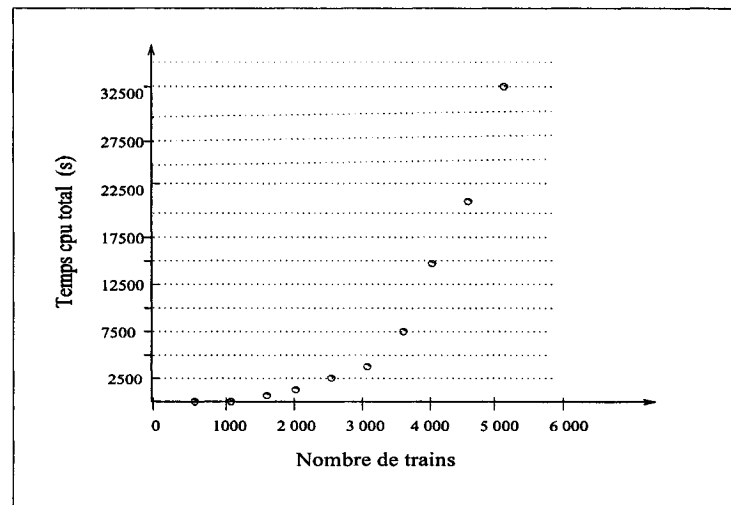


Figure 5.1 – Les limites de l'approche

Par cette approche, le problème comportant environ 500 trains est résolu en moins de 2 minutes, celui comportant environ 2000 trains est résolu en 17 minutes environ et environ 9 heures de temps de calcul pour celui comportant environ 5000 trains. Nous remarquons que lorsque le problème est de petite taille, le temps de résolution du

sous-problème est plus élevé que celui du problème maître et que cette tendance est inversée lorsque le problème est de grande taille. Le nombre de noeuds de branchement explorés croît presque linéairement par rapport au nombre de trains à couvrir avec un taux de variation de  $\frac{3}{20}$ . On conclut que la difficulté à résoudre des problèmes de grande taille (20 000 trains) en des temps de résolution raisonnables se situe plus au niveau de la résolution du problème maître.

## 5.4 Approche de résolution d'instances de grande taille

Pour résoudre un problème de grande taille (ex. 400 locomotives et 20 000 Trains) nous proposons une approche comportant les deux étapes préalables suivantes :

1. Une agrégation a priori des trains (ex. une agrégation de 50% des trains nous ramène à un problème de 400 locomotives et 10 000 trains).
2. Un découpage du problème agrégé en des problèmes de moyenne taille (ex. environ 45 locomotives et 1 500 trains chacun).

La dernière étape consiste à résoudre les problèmes de moyenne taille l'un après l'autre en utilisant l'approche ci-dessus (algorithme 5.3.1, avec décomposition temporelle et génération de colonnes). Le passage de la résolution d'un problème de taille moyenne à son suivant s'effectue avec recul sur le nombre de locomotives utilisées et le nombre de trains couverts. Cette notion est expliquée à la section 5.4.3.

Soit  $P$  un problème de grande taille défini à partir d'un ensemble  $L$  de locomotives et d'un ensemble  $W$  de trains à couvrir. Identifions  $P$  au couple d'ensembles  $(L, W)$

et notons  $P = (L, W)$ . Dans ces deux étapes préalables, un but commun est visé. Il s'agit d'obtenir un ou plusieurs problèmes de taille moindre que  $P$  de sorte qu'en les résolvant (algorithme 5.3.1) on obtient une solution du problème  $P$  sans trop détériorer la qualité. Par conséquent, nous proposons un point de départ commun à ces deux étapes préalables. Il s'agit de l'ensemble des chemins  $C$  contenus dans une solution du problème  $P$  sans contraintes d'entretien ni contraintes de carburant. L'ensemble  $C$  est obtenu facilement en résolvant un problème de flot à coût minimum par la version réseau de l'algorithme du simplexe. L'ensemble  $C$  compte  $|L|$  chemins. Chaque chemin  $c \in C$  est associé à une locomotive  $l(c) \in L$  et à un ensemble de trains  $w(c)$ . Les trains contenus dans  $w(c)$  sont bien agencés dans le temps et dans l'espace par contre ils ne satisfont ni les contraintes d'entretien ni les contraintes de carburant. Dans les paragraphes qui suivent, nous expliquons la procédure d'agrégation et celle de découpage en des problèmes de moyenne taille en utilisant cette même notation.

#### 5.4.1 Découpage en des problèmes de moyenne taille

Supposons qu'on veuille découper le problème  $P = (L, W)$  en  $n$ ,  $n \leq |L|$ , problèmes de moyenne taille  $(P_j = (L_j, W_j))_{j=1, \dots, n}$ . Chaque problème  $P_j$  comporte un nombre moyen de trains  $N = \frac{|W|}{n}$ . Pour atteindre le but visé dans cette étape préalable, chaque ensemble  $W_j$  devrait comporter des trains non disparates ni dans le temps ni dans l'espace et des locomotives susceptibles de couvrir le maximum de trains en respectant en plus les contraintes d'entretien et de carburant. Notons par  $\overline{W}_j$  l'ensemble des trains qui ne seraient pas couverts lorsque le problème  $P_j$  serait résolu en utilisant l'algorithme 5.3.1.



La méthode de découpage proposée consiste à construire successivement les ensembles  $L_j$  et  $W_j$ ,  $j = 1, \dots, n$  en incluant d'abord dans  $W_j$  l'ensemble des trains  $\overline{W}_{j-1}$  qui ne seraient pas couverts si on résolvait le problème précédent  $P_{j-1}$ . Ensuite, on poursuit la construction de  $W_j$  (resp.  $L_j$ ) en incluant successivement les ensembles de trains contenus dans les chemins de  $C$  (resp. les locomotives) dans l'ordre qu'on précisera ci-dessous tant que le nombre de trains accumulé dans  $W_j$  est plus petit que  $N$ . L'ordre défini dans l'ensemble  $C$  est le suivant :

1. Le premier élément est celui comportant le plus de trains,
2. Le suivant  $c_{i+1}$  d'un élément quelconque  $c_i$  est celui ayant plus de stations communes avec  $c_i$ .

En d'autres termes, l'algorithme 5.4.1 décrit la méthode de découpage.

---

**Algorithme 5.2** Découpage en des problèmes de moyenne taille

---

- 1: Munir l'ensemble des chemins  $C$  de l'ordre défini ci-dessus. Soit  $C = c_1, c_2, \dots, c_{|L|}$ .
  - 2: Poser  $i = 1$ ;  $L_j = \emptyset$ ,  $W_j = \emptyset$ ,  $j = 1, \dots, n$
  - 3: **pour**  $j = 1, \dots, n$  **effectuer**
  - 4:   **si**  $j > 1$  **alors**
  - 5:      $W_j = W_j \cup \overline{W}_{j-1}$  (où  $\overline{W}_{j-1}$  est l'ensemble des trains qui ne seraient pas couverts si on résolvait le problème  $P_{j-1}$ )
  - 6:   **fin si**
  - 7:   **tant que**  $|W_j| < N$  et  $i \leq |L|$  **effectuer**
  - 8:      $L_j = L_j \cup \{l(c_i)\}$
  - 9:      $W_j = W_j \cup w(c_i)$
  - 10:     $i = i + 1$
  - 11:   **fin tant que**
  - 12:   Poser  $P_j = (L_j, W_j)$
  - 13: **fin pour**
-

### 5.4.2 Agrégation de trains

Le principe d'agrégation de tâches dans les problèmes de tournées de véhicules est fondé sur l'observation suivante : plusieurs tâches demeurent consécutives dans presque toutes bonnes solutions réalisables du problème. En se fondant sur ce principe, l'agrégation proposée identifie a priori un bon nombre de trains qui pourraient être agrégés en une séquence de trains fixés. Elle est de nature statique car les trains agrégés ne sont jamais désagrégés à l'intérieur de la procédure de résolution.

L'agrégation des trains à couvrir dans le problème  $P$  consiste à former des séquences de trains à partir des trains pris deux à deux vérifiant toutes les caractéristiques suivantes :

1. Les deux trains sont de même type.
2. Les deux trains appartiennent au même chemin dans  $C$ .
3. Le deuxième train débute à la station terminale du premier train.
4. L'attente entre l'arrivée du premier train et le départ du second est inférieure à une certaine valeur relativement petite.
5. La distance parcourue par une éventuelle locomotive couvrant successivement les deux trains est limitée par une certaine borne dont le maximum est la distance maximale entre deux pleins de carburant consécutifs.
6. Dans  $C$ , aucun des deux trains n'est associé à une mise en position sans conducteur.

La propriété 1 implique qu'aucun service local n'est jumelé a priori à un autre service

afin de ne pas restreindre la possibilité qu'il soit exécuté par n'importe quelle locomotive qui arrive à une station et au moment où a lieu le service local. La deuxième propriété permet d'agréger des trains qui sont susceptibles de faire partie d'une solution optimale de  $P$ . La propriété 3 garantit que les trains agrégés sont couverts consécutivement sans mise en position entre les deux. La quatrième propriété permet de ne pas éliminer des opportunités de faire un plein de carburant ; seuls sont agrégés les couples de trains dont la durée entre l'heure d'arrivée du premier et l'heure de départ du second est inférieure à la somme du temps de connexion à la station de jonction et la durée minimale pour faire un plein de carburant. La cinquième propriété impose une distance maximale telle que chaque train résultant d'une agrégation soit au moins réalisable. Avec la dernière propriété, les trains qui ont servi de mises en position sans conducteur à des locomotives dans  $C$  ne peuvent être agrégés ou modifiés afin de conserver la qualité de la solution initiale mais aussi la connectivité du réseau.

### 5.4.3 Passage avec recul

Le Passage avec recul consiste à remettre en question un certain nombre  $r$  de chemins fournis par la solution du problème de moyenne taille  $P_j = (L_j, W_j)$  et de reconsidérer dans le problème de moyenne taille suivant  $P_{j+1} = (L_{j+1}, W_{j+1})$  les trains contenus dans ces  $r$  chemins ainsi que les locomotives associées à ces chemins. Notons pas  $c_1^j, c_2^j, \dots, c_r^j$  les chemins remis en question. En d'autres termes, Il s'agit simplement

de redéfinir les ensembles  $L_{j+1}$  et  $W_{j+1}$  comme suit :

$$L_{j+1} = L_{j+1} \cup \left( \bigcup_{i=1}^r \{l(c_i^j)\} \right) \text{ et } W_{j+1} = W_{j+1} \cup \left( \bigcup_{i=1}^r w(c_i^j) \right),$$

où  $l(c_i^j)$  et  $w(c_i^j)$  sont, respectivement, la locomotive et l'ensemble des trains associés au chemin  $c_i^j$ . Dans ce qui suit, nous appellerons le nombre  $r$  longueur du recul. Les  $r$  chemins remis en question sont choisis comme étant les  $r$  chemins contenant les moins de trains parmi les chemins fournis par la solution du problème de moyenne taille  $P_j = (L_j, W_j)$ . En effet, on suppose que les locomotives associées à ces chemins sont mal utilisées. Reppelons que les problèmes  $P_j, j = 1, \dots, n$ , sont résolus comme dans l'algorithme 5.3.1.

## 5.5 Résultats numériques

Dans cette section, nous présentons les résultats numériques obtenus en résolvant un problème réel de grande taille par l'approche décrite à la section 5.4. Les données ont été fournies par la compagnie ferroviaire allemande Deutsche Bahn AG. Avant de présenter les résultats et ses variations par rapport à différents paramètres, décrivons d'abord les données du problème, celles du problème agrégé et celles des problèmes de moyenne taille découpés et résolus. Notons, respectivement, ces problèmes par  $P = (|L|, |W|)$ ,  $P_a = (|L_a|, |W_a|)$  et  $P_j = (|L_j|, |W_j|)$ ,  $j = 1, \dots, n$ , tout en identifiant chacun par le nombre de locomotives disponibles et le nombre de trains à couvrir.

### 5.5.1 Données du problème original de grande taille

Le nombre de trains à couvrir sur un horizon d'une semaine est très grand. Soit 19 137 trains dont 3 504 services locaux. Le réseau ferroviaire comporte 270 stations dont 61 stations d'approvisionnement en carburant parmi lesquelles on compte 51 ateliers d'entretien. Pour chaque station, un temps minimum de connexion et les distances la séparant des autres stations pour chaque type de route sont connus. On suppose que les locomotives roulent à 20 km/h (resp. 70 km/h) pour effectuer un service local (resp. une mise en position avec conducteur). Il y a 414 locomotives du type 218 initialement stationnées à 104 stations différentes. Elles sont disponibles à des moments différents de la semaine. Les contraintes d'entretien et de plein de carburant sont ainsi formulées : chaque locomotive doit se rendre à un atelier d'entretien (resp. station d'approvisionnement en carburant) entre 9 000 et 10 000 kilomètres (resp. 0 et 700 kilomètres). La durée d'un entretien est de 20 heures tandis qu'un plein de carburant dure 30 minutes. Les ateliers d'entretien sont fermés seulement les fins de semaine. Pour chaque locomotive, la distance parcourue depuis son dernier entretien jusqu'en début de semaine est fournie. Le tableau 5.2 résume les données du problème.

### 5.5.2 Découpage et agrégation

Nous avons résolu le problème de grande taille sans les contraintes d'entretien et de carburant comme un problème de flot à coût minimum. Le problème sans entretien ni carburant a été résolu en 80 secondes. Tous les trains ont été couverts par 344

Tableau 5.2 – Données du problème de grande taille.

|                                    |                |
|------------------------------------|----------------|
| Nombre de trains et service locaux | 19 137         |
| Nombre de locomotives disponible   | 414            |
| Nombre de stations                 | 270            |
| Nombre d'ateliers d'entretien      | 51             |
| Nombre de stations de carburant    | 61             |
| Nombre de types d'entretien        | 1              |
| Minimum entre deux entretiens      | 9 000 km       |
| Maximum entre deux entretiens      | 10 000 km      |
| Durée d'un entretien               | 20 h           |
| Maximum entre deux pleins          | 700 km         |
| Durée d'un plein de carburant      | 30 mn          |
| Fermeture des ateliers             | fin de semaine |

locomotives. Donc 70 locomotives n'ont pas été utilisées. Le maximum de trains contenu dans un chemin est 166 et le minimum est 14.

Nous avons obtenu un problème agrégé comportant 14 453 trains à couvrir. Environ 25% des trains ont été agrégés. L'agrégation a été faite comme décrite ci-dessus en limitant la distance de chaque séquence de trains formée à 300 kilomètres et à un maximum de 30 minutes entre l'arrivée du premier et le départ du deuxième train agrégés.

Un découpage en 11 problèmes de moyenne taille a été choisi compte tenu des performances de l'algorithme 5.3.1. Le nombre moyen de trains à couvrir dans chaque problème de moyenne taille s'élève à 1 500. Rappelons que les trains non couverts dans la solution précédente sont reconsidérés dans le problème suivant. Le passage de la résolution d'un problème de moyenne taille, sauf l'avant dernier problème, à

son suivant, s'il existe, est fait avec recul de longueur 10.

### 5.5.3 Résultats numériques

Le tableau 5.3 présente les résultats obtenus. Les temps de résolution sont en secondes. Notons par :  $n_{lu}$  le nombre de locomotives utilisées dans la solution trouvée et  $n_{s-c}$  le nombre de trains non couverts. La distance et le nombre de mises en position avec et sans conducteur sont notés par  $km_{avc}$ ,  $n_{avc}$ ,  $km_{sac}$  et  $n_{sac}$ , *respectivement*. Le nombre total de pleins de carburant et d'entretiens ainsi que le temps cpu total de résolution sont notés par  $n_c$ ,  $n_e$  et  $t_{cpu}$ , *respectivement*. Notons que les colonnes du milieu du tableau 5.3 sont cumulatifs (De  $n_{s-c}$  à  $n_e$ ). La dernière ligne du tableau présente les résultats du problème original.

Tableau 5.3 – Résultats numériques après agrégation et découpage.

| Découpage de $P_a$   | $n_{lu}$ | $n_{s-c}$ | $n_{sac}$ | $km_{sac}$ | $n_{avc}$ | $km_{avc}$ | $n_c$ | $n_e$ | $t_{cpu}$ |
|----------------------|----------|-----------|-----------|------------|-----------|------------|-------|-------|-----------|
| $P_0 = (42, 1526)$   | 42       | 65        | 13        | 1248       | 437       | 17566      | 153   | 8     | 499       |
| $P_1 = (49, 1833)$   | 49       | 132       | 36        | 2636       | 961       | 37827      | 320   | 20    | 964       |
| $P_2 = (42, 1775)$   | 42       | 102       | 74        | 5083       | 1484      | 60110      | 500   | 31    | 1397      |
| $P_3 = (45, 1794)$   | 45       | 123       | 113       | 7350       | 2014      | 79735      | 657   | 38    | 2322      |
| $P_4 = (46, 1847)$   | 46       | 132       | 168       | 10264      | 2507      | 98434      | 814   | 49    | 2370      |
| $P_5 = (41, 1796)$   | 41       | 149       | 216       | 13105      | 3061      | 112242     | 970   | 57    | 3746      |
| $P_6 = (45, 1899)$   | 45       | 159       | 264       | 15674      | 3701      | 136326     | 1144  | 71    | 3399      |
| $P_7 = (47, 1872)$   | 47       | 169       | 326       | 18317      | 4306      | 160195     | 1334  | 84    | 2493      |
| $P_8 = (52, 1901)$   | 52       | 180       | 407       | 22073      | 4885      | 179132     | 1506  | 98    | 3351      |
| $P_9 = (25, 1143)$   | 25       | 204       | 443       | 24062      | 5177      | 190739     | 1605  | 109   | 758       |
| $P_{11} = (70, 204)$ | 47       | 0         | 554       | 32919      | 5517      | 214712     | 1697  | 124   | 1523      |
| $P = (414, 19137)$   | 391      | 0         | 554       | 32919      | 5517      | 214712     | 1697  | 124   | 6h20      |

Sur 414 locomotives disponibles, 391 locomotives ont été utilisées pour couvrir tous

les 19 137 trains qui étaient à couvrir. Il a fallu 6 heures 20 minutes pour résoudre le problème de grande taille. En moyenne, le réservoir de chaque locomotive est rempli 4 à 5 fois durant la semaine. La distance moyenne entre deux pleins consécutifs est de 600 kilomètres. En moyenne, 32% des locomotives ont subi un entretien durant la semaine. La distance moyenne entre deux entretiens consécutifs est de 9 200 kilomètres. Chaque locomotive effectue en moyenne 2 mises en position avec conducteur par jour soit une distance de 70 kilomètres. On compte aussi en moyenne 2 mises en position sans conducteur durant la semaine par locomotive soit une distance de 84 kilomètres. Notons que certains pleins de carburant nécessitent aussi des mises en position.

#### 5.5.4 Analyse de sensibilité

Dans cette section, nous analysons la sensibilité des résultats par rapport au pourcentage de trains agrégés, la longueur du recul opéré et le découpage en des problèmes de moyenne taille. Notons par  $\%ag$  le pourcentage de trains agrégés et par  $r$  la longueur du recul.

##### Agrégation et passage avec recul

Le tableau 5.4 présente 6 scénarios. Dans les 3 premiers, aucun train n'est agrégé. Dans les 3 derniers, la procédure d'agrégation présentée ci-dessus a été exécutée entraînant l'agrégation de 25% des trains. Les résultats obtenus dans chaque groupe de 3 scénarios sont présentés dans l'ordre croissant de la longueur du recul effectué.



Tableau 5.4 — Sensibilité par rapport à l'agrégation et au recul

| $\%ag$ | $r$ | $n_{lu}$ | $n_{sac}$ | $km_{sac}$ | $n_{avc}$ | $km_{avc}$ | $n_c$ | $n_e$ | $t_{cpu}$ |
|--------|-----|----------|-----------|------------|-----------|------------|-------|-------|-----------|
| 0%     | 0   | 399      | 865       | 43391      | 6306      | 238858     | 1814  | 126   | 9h20      |
|        | 5   | 396      | 888       | 45679      | 6642      | 256341     | 1831  | 127   | 11h25     |
|        | 10  | 385      | 890       | 42212      | 6525      | 245875     | 1805  | 125   | 15h13     |
| 25%    | 0   | 409      | 558       | 33854      | 5528      | 218417     | 1679  | 121   | 4h40      |
|        | 5   | 401      | 561       | 33826      | 5806      | 225246     | 1703  | 122   | 6h50      |
|        | 10  | 391      | 554       | 32919      | 5517      | 214712     | 1697  | 124   | 6h20      |

Dans chacun des scénarios, tous les trains ont été couverts. Lorsque la longueur du recul augmente, le nombre de locomotives utilisées diminue contrairement au temps de résolution. Le nombre de mises en position et la distance parcourue en mise en position ont augmenté légèrement du fait de la diminution du nombre de locomotives utilisées. Nous remarquons que la méthode d'agrégation des trains proposée affecte le premier objectif du problème mais améliore le second. Le passage avec recul améliore ces deux objectifs mais cette amélioration est limitée.

### Découpage en des problèmes de moyenne taille

Dans le tableau 5.5, nous présentons les résultats numériques obtenus dans trois scénarios différents de par la façon de découper le problème agrégé en des problèmes de moyenne taille. Pour chaque scénario, la première colonne de ce tableau donne le nombre de problèmes de moyenne taille découpé puis résolu. Nous remarquons que plus le découpage est grossier plus la qualité des solutions est améliorée : tous les objectifs du problème sont améliorés. Par contre, les temps de résolution augmentent rapidement.

Tableau 5.5 – Sensibilité par rapport au découpage

| Découpage | $n_{lu}$ | $n_{sac}$ | $km_{sac}$ | $n_{avc}$ | $km_{avc}$ | $n_c$ | $n_e$ | $t_{cpu}$ |
|-----------|----------|-----------|------------|-----------|------------|-------|-------|-----------|
| 16        | 398      | 601       | 35312      | 5804      | 240041     | 1774  | 120   | 5h        |
| 11        | 391      | 554       | 32919      | 5517      | 214712     | 1697  | 124   | 6h20      |
| 7         | 390      | 491       | 29133      | 5452      | 204962     | 1637  | 123   | 10h50     |

## 5.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une approche de résolution du problème tactique d'affectation de locomotives aux trains avec des contraintes d'entretien et de carburant. Nous avons identifié deux catégories de contraintes et les traitons différemment. La première catégorie est représentée par les contraintes dites d'entretien. Elles se caractérisent par le fait que les entretiens se font à moyen et long terme. Ces contraintes font qu'une locomotive est entretenue une ou deux fois maximum durant la semaine et que près de la moitié des locomotives ne le sont pas. La deuxième catégorie est représentée par les contraintes de carburant qu'on peut voir comme des contraintes d'entretien à court terme. Ces contraintes font que chacune des locomotives fasse le plein plus de 2 fois durant la semaine. Le traitement spécial des contraintes d'entretien à moyen et long terme est fondé sur le fait que l'approche proposée soit basée sur une décomposition temporelle de l'horizon de planification et qu'à chaque tranche de temps une grande proportion des locomotives ne sont pas critiques. Ce traitement spécial ne peut être appliqué aux contraintes de carburant étant donné qu'à chaque tranche de temps presque toutes les locomotives sont critiques pour le carburant.

L'approche à multiple décompositions proposée contribue à améliorer les temps de résolution sans trop détériorer la qualité des solutions. Par conséquent, à l'aide de la stratégie de découpage en des problèmes de moyenne taille, on parvient à résoudre en des temps très raisonnables des problèmes de taille plus grande. Malheureusement, nous avons pas les solutions de la compagnie pour les comparer aux nôtres. Des efforts restent à faire étant donné que des problèmes de taille encore plus grande existent par exemple, le problème qui prendrait en compte plusieurs les types de locomotives.

## CONCLUSION

Une nouvelle variante du problème d'affectation de locomotives aux trains a été traitée dans cette thèse. Pour une première fois dans la littérature, nous prenons en compte, dans un même problème, plusieurs types de maintenance et les pleins de carburant. Les contraintes de maintenance et de carburant sont exprimées en terme de distances minimale et maximale entre deux entretiens ou pleins consécutifs. La date et l'atelier où une locomotive doit subir un entretien ne sont pas connus a priori. En plus, nous prenons en compte les mises en position avec conducteur car l'horaire des trains considéré n'est pas nécessairement équilibré. Il s'agit des règles d'utilisation des locomotives de la compagnie ferroviaire allemande Deutsche Bahn AG. Étant donné la grande taille, la compagnie sépare a priori le problème par type de locomotives. Nous avons proposé une première approche de résolution pour le problème d'affectation de locomotives électriques qui prend en compte plusieurs types de maintenance. Ensuite, une deuxième approche a été proposée pour l'affectation de locomotives diesel-mécaniques incluant à la fois les maintenances et les pleins de carburant. Nous nous sommes inspirés des approches existantes mais nous avons introduit d'autres méthodes heuristiques de décomposition requises pour pouvoir résoudre des instances de grande taille (3 000 à 20 000 trains par semaine) dont les données proviennent de cette compagnie.

Dans la première approche, une décomposition du problème portant sur l'ensemble des locomotives disponibles a été proposée. Cette décomposition est faite à partir

d'un modèle en nombres entiers permettant de répartir les entretiens et d'identifier les locomotives critiques (nécessitant un entretien) à chaque tranche de temps. Ce modèle permet en même temps d'identifier une grande proportion de locomotives non-critiques pour chaque tranche de temps. Dans chaque composante, l'ordre des objectifs du problème original est modifié et des modèles adaptés sont choisis afin de les atteindre à l'optimum. La principale faiblesse de la première approche est qu'elle n'est pas fonctionnelle pour le cas où une grande proportion de locomotives est critique à chaque tranche de temps : par exemple, en considérant les pleins de carburant comme des maintenances et en les traitant de la même façon qu'on traite les maintenances. Cependant, la deuxième approche proposée, qui est une extension de la première, utilise la décomposition de Dantzig-Wolfe pour traiter les pleins de carburant.

Une autre faiblesse de ces approches est le routage séquentiel des locomotives critiques. Nous avons proposé l'utilisation de l'information duale fournie par la solution du problème d'affectation des locomotives non-critiques afin de générer des chemins comportant des arcs de trains ayant des coûts réduits négatifs et se trouvant sur les chemins les menant en entretien. Ainsi, la qualité des solutions a été améliorée substantiellement. Ce qui a permis d'utiliser un nombre optimal de locomotives pour couvrir tous les trains dans certains scénarios et d'avoir un nombre de sous-couvertures optimal pour d'autres scénarios où le nombre de locomotives disponibles est insuffisant pour couvrir tous les trains.

La prise en compte des mises en position avec conducteur pose une difficulté supplé-

mentaire d'identification des quelques centaines qui sont nécessaires pour équilibrer l'horaire des trains. Au lieu d'intégrer dans le modèle toutes les mises en position potentielles, nous avons proposé deux méthodes de sélection dont une de nature statique et une autre dynamique. Ainsi, les temps de résolution ont été réduits substantiellement. Nous sommes parvenus à résoudre en 2 minutes en moyenne des scénarios comportant 3000 à 5000 trains à couvrir avec en général une meilleure qualité de solution.

Dans le dernier chapitre, nous avons intégré les contraintes de carburant dans les modèles d'affectation des locomotives critiques et non-critiques aux trains. Le dernier modèle a été résolu par décomposition de Dantzig-Wolfe. Pour des instances dont la taille ne permet pas de les résoudre avec cette approche, nous avons proposé une méthode d'agrégation statique des trains et une méthode de découpage en des problèmes de moyenne taille. Ainsi, nous avons résolu une instance comportant 19137 trains et 414 locomotives. Elle a été résolue en 6 heures 20 minutes. Tous les trains ont été couverts et 94% des locomotives disponibles ont été utilisées. Sans l'agrégation de 25% des trains qui a été faite, le problème a été résolu en 15 heures 13 minutes et le nombre de locomotives utilisées a été réduit de 1%.

La résolution au niveau stratégique de cette variante du problème présente un grand défi que je ne suis pas parvenu à relever. Reppelons-le, il s'agit, à partir du problème défini sur une semaine, de trouver des itinéraires cycliques couvrant tous les trains et incluant des entretiens de plusieurs types. Une distance minimale et une maximale doivent séparer deux entretiens consécutifs de même type. Un cycle peut durer plus

ou moins d'une semaine. Certains développements futurs pourraient contribuer à améliorer la qualité des solutions et les temps de résolution bien qu'ils soient déjà bons. D'abord, la méthode de sélection dynamique des mises en position pourrait être améliorée en tirant de profit des résultats obtenus avant chaque itération au lieu de recommencer la résolution du problème après y avoir ajouter les nouvelles variables représentant les nouvelles mises en position sélectionnées. Enfin, il serait intéressant de rendre dynamique l'agrégation des trains effectuée au chapitre 5 ce qui contribuerait à rendre la résolution plus facile au niveau du problème maître de la décomposition de Dantzig-Wolfe. Il s'agirait de pouvoir générer les bonnes colonnes dans un réseau espace-temps sous-jacent au problème maître agrégé.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] ABARA, J. (1989). Applying integer programming to the fleet assignment problem. *Interfaces*, 19 :20-28.
  
- [2] AHUJA, R.K., LIU, J., ORLIN, J.B., SHARMA, D. et SHUGHART, L.A. (2002). Solving real-life locomotive scheduling problems. *Sloan Working Paper*, no 4389-02.
  
- [3] BALL, P., HOFFMAN, K. et RUSHMEIR, R. (1996). The use of column generation in solving very large fleet assignment problems. *INFORMS Conference, Washington, D.C.*
  
- [4] BARNHART C., BOLAND, N., CLARKE, L.W., JOHNSON, E.L., NEMHAUSER, G.L. et SHENOI, R.G. (1998). Flight string models for aircraft fleetting and routing. *Transportation Science*, 32, no 3 :208-220.
  
- [5] BARNHART C., JOHNSON, E.L., NEMHAUSER, G.L., SSAVELSBERGH, M.W.P. et VANCE, P.H. (1998). Branch-and-Price : Column generation for solving huge integer programs. *Operations Research*, 46, 316-329.



- [6] BARNHART, C., LEVENT, H. et JOHNSON, L.E. (1994). Deadhead selection for the long-haul crew pairing problem. *Transportation And Logistics*.
- [7] BENDERS, J.F. (1962). Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems. *Numerische Mathematik*, 4 :238-252.
- [8] BERTOSSI, A.A., CARRARESI, P. et GALLO, G. (1987). On some matching problems arising in vehicle scheduling models. *Networks*, 17 :271-281.
- [9] BOOLER, J.M.P. (1980). The solution of a railway locomotive scheduling problem. *Journal of the Operational Research Society*, 31 :943-948.
- [10] BOOLER, J.M.P. (1995). A note on the use of lagrangean relaxation in railway scheduling. *Journal of the Operational Research Society*, 46 :123-127.
- [11] BUSSIECK, M.R., WINTER, T. et ZIMMERMANN, U.T. (1997). Discrete optimisation in public rail transport. *Mathematical Programming*, 79 :415-444
- [12] CARPANETO, G., DELL'AMICO, M., FISCHETTI M. et TOTH P. (1989). A branch and bound algorithm for the multiple depot vehicle scheduling problem. *Networks*, 19 :531-548.

- [13] CARRARESI, P. et GALLO G. (1984). Network models for vehicle and crew scheduling. *Journal of the Operational Research Society*, 16 :139-151.
  
- [14] CHIH, K.C., WORNUNG, M.A., ROTHENBERG, M.S., KORNHAUSER, A.L. et WORKMAN, J.D. (1990). Implementation of a real time locomotive distribution system. *Computer applications in railway Planning and Management*, 39-49, T. K. S. Murthy *et al.* (eds), Computational mechanics Publications, Southampton.
  
- [15] CLARKE L.W., HANE, C.A., JOHNSON, E.L. et NEMHAUSER, G.L. (1996). Maintenance and crew considerations in fleet assignment. *Transportation Science*, 30 :249-260.
  
- [16] CLARKE, L.W., JOHNSON, E.L., NEMHAUSER, G.L. et ZHONGXI, Z. (1997). The aircraft rotation problem. *Annals of Operations Research*, 69 :33-46.
  
- [17] CORDEAU, J.-F., TOTH, P. et VIGO, D. (1998). A survey of optimisation models for train routing and scheduling. *Transportation Science*, 32 :380-404.
  
- [18] CORDEAU, J.-F., DESAULNIERS, G., LINGAYA, N., SOUMIS, F. et DESROSIERS, J. (2001). Simultaneous locomotive and car assignment at Via Rail Canada. *Transportation Research*, 35B :767-787.

- [19] CORDEAU, J.-F., SOUMIS, F. et DESROSIERS, J. (2000). A Benders decomposition approach for the locomotive and car assignment problem. *Transportation Science*, 34 :298-35.
- [20] CORDEAU, J.-F., SOUMIS, F. et DESROSIERS, J. (2001). Simultaneous assignment of locomotives and cars to passenger trains. *Operations Research* 49, no 4 :531-548.
- [21] DANTZIG, G. et WOLFE, P. (1960). Decomposition principle for linear programs. *Operations Research*, 8 :101-111.
- [22] DESAULNIERS, G., DESROSIERS, J., DUMAS, Y., SOLOMON, M.M. et SOUMIS, F. (1997). Daily aircraft routing and scheduling. *Management Science*, 43, no 6 :841-855.
- [23] DESAULNIERS, G., DESROSIERS, J., IOACHIM, I., SOLOMON, M.M. et SOUMIS, F. (1993). A unified framework for deterministic time constrained vehicle routing and crew scheduling problems. Dans *Crainic, T., G., Laporte, (eds.), Fleet Management and Logistics, Norwell*, 57-87.
- [24] DESROCHERS et SOUMIS, F. (1988). A generalized permanent labeling algorithm for the shortest path problem with time windows. *Infor* 26, 191-212.

- [25] DESROSIERS, J., DUMAS, Y., SOLOMON, M.M. et SOUMIS, F. (1995).  
Time constrained routing and scheduling problems. *Handbooks in Operational Research and Management Science*, 8, Network Routing, Ball, M., O. et al., Eds., Elsevier Science 35-139.
- [26] FISCHETTI, M. et TOTH, P. (1997). A package for locomotive scheduling.  
*Rapport technique DEIS-OR-97-16, University of Bologna, Italy.*
- [27] FORBES, M.A., HOLT J.N. et WATTS, A.M. (1991). Exact solution of locomotive scheduling problems. *Journal of the Operational Research Society*, 42, No 10 :825-831.
- [28] FORBES, M.A., HOLT, J.N. et WATTS, A.M. (1994). An exact algorithm for multiple depot bus scheduling. *Journal of the Operational Research Society*, 72 :115-124.
- [29] FLORIAN, M., BUSHELL, G., FERLAND, J., GUERIN et NASTASKY, L. (1976). The engine scheduling problem in a railway network. *INFOR*, 14, no 2 :121-138.
- [30] GOPALAN, R. et TALLURI, K.T. (1998). The aircraft maintenance routing problem. *Operations Research*, 46, no 2 :260-271.

- [31] HADJAR, A., MARCOTTE, O. et SOUMIS, F. (2001). A Branch-and-Cut algorithm for the multiple depot vehicle scheduling problem. *Les cahiers du GERAD*, no G-20001-25, École des Hautes Études Commerciales, Montréal, Canada.
  
- [32] HANE, C.A., BARNHART, C., JOHNSON, E.L., MARSTEN, R.E., NEMHAUSER, G.L. et SIGISMONDI, G. (1995). The fleet assignment problem : Solving a large integer program. *Mathematical Programming*, 70 :211-232.
  
- [33] IRNICH, S. et DESAULNIERS, G. (2005). Shortest Path Problems with Resource Constraints. In G. Desaulniers, J. Desrosiers and M.M. Solomon (eds) : *Column Generation*, Springer, NY, 33-65.
  
- [34] KUHN, H.W. (1955). The hungarian method for the assignment problem. *Naval. Research Logistics*, Q2, 83-97.
  
- [35] LAMATSCH, A. (1990). An approach to vehicle scheduling with depot capacity constraints. Dans Desrochers, M., Rousseau, J.-M. (eds.), *Computer-Aided Transport Scheduling, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, 326, Springer Verlag, Berlin, 181-196.
  
- [36] LÖBEL, A. (1998). Vehicle scheduling in public transit and lagrangienne pricing. *Operations Research*, 43 no 12 :1637-1649.

- [37] LÜBBECKE, M.E. et ZIMMERMANN, U.T. (2002). Engine routing and scheduling at industrial in-plant railroads. *Technical repot, Brannschweig university of technology, Brannschweig, Germany.*
  
- [38] MESQUITA, M. et PAIXÃO, P. (1990). Multiple depot vehicle scheduling problems : A new heuristic based on quasi-assignement algorithms. Dans *Desrochers, M., Rousseau, J.-M. (eds.), Computer-Aided Transport Scheduling, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, 326, Springer Verley, Berlin, 167-180.*
  
- [39] RIBEIRO, C.C. et SOUMIS, F. (1994) A column generation approach to the multiple-depot vehicle scheduling problem. *Operations Research*, 42 no 1 :41-52.
  
- [40] ROUILLON, S, DESAULNIERS, G. et SOUMIS, F. (2006) An extended Branch-and-Bound method for locomotive assignement. *Transportation Research*, Part B no 40 :404-423.
  
- [41] SUBRAMANIAN, R., SCHEFF, R.P., QUILLINAN, J.D. WIPER, D.S. et MARSTEN, R.E. (1994). Coldstart : Fleet assignment at Delta Airlines. *Interfaces*, 24 :104-119.

- [42] TALLURI, K.T. (1998). The four-day aircraft maintenance routing problem. *Transportation Science*, 32, no 1 :43-53.
  
- [43] WRIGHT, M.B. (1989). Applying stochastic algorithms to a locomotive scheduling problem. *Journal of the Operational Research Society*, 40 :187-192.
  
- [44] ZIARATI, K., SOUMIS, F., DESROSIERS, J., GÉLINAS, S. et SAINTONGE, A. (1997). Locomotive assignment with heterogeneous consists at CN North America. *European Journal of Operational Research*, 97 :281-292.
  
- [45] ZIARATI, K., SOUMIS, F., DESROSIERS, J. et SOLOMON, M. M. (1999). A branch-first, cut-second approach for locomotive assignment. *Management Science*, 45, no 8 :1156-1168.